



درس الأعداد والحساب - الجزء 6-

Latreche MIFA

6. الأعداد الأولية:

6.3. القاسم المشترك الأكبر (PGCD):

قاعدة:

القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين غير معدومين (أو أكثر)، هو أكبر عدد طبيعي يكون قاسما لهذه الأعداد في نفس الوقت. ونرمز له بـ: $pgcd(a; b)$.

طرق حساب القاسم المشترك الأكبر لعددين طبيعيين:

❖ طريقة القواسم:

هذه الطريقة سهلة جدا ولكنها تكون ملائمة خاصة في حالة الأعداد الطبيعية الصغيرة.

❖ تعيين قائمة قواسم كل عدد طبيعي على حدة.

❖ تعيين القواسم المشتركة.

❖ تعيين القاسم المشترك الأكبر.

❖ مثال:

احسب $pgcd(30; 45)$.

❖ قائمة قواسم كل عدد طبيعي على حدة:

$$30 : \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} \quad 45 : \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$$

❖ القواسم المشتركة.

$$30 : \{1; 2; 3; 5; 6; 10; 15; 30\} ; \quad 45 : \{1; 3; 5; 9; 15; 45\}$$

❖ $pgcd(30; 45) = 15$.

Latreche MIFA

❖ طريقة العوامل الأولية:

- ❖ كتابة كل عدد على شكل جداء عوامل أولية.
- ❖ تعيين العوامل المشتركة.
- ❖ القاسم المشترك الأكبر لهذه الأعداد هو **جداء** العوامل الأولية **المشتركة** في تحليل هذه الأعداد حيث نأخذ كل **عامل مرة واحدة وبأصغر أس**.

❖ مثال:احسب $p\gcd(24;84)$:

- ❖ كتابة كل عدد على شكل جداء عوامل أولية:

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^3 \times 3$$

- ❖ تعيين العوامل المشتركة:

$$84 = 2 \times 2 \times 3 \times 7 = 2^2 \times 3 \times 7$$

$$24 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 = 2^2 \times 2 \times 3$$

- ❖ ومنه فإن العوامل الأولية المشتركة بأصغر أس هي: 2^2 و 3 .

- ❖ جداء العوامل الأولية المشتركة هو: $2^2 \times 3 = 12$ ومنه فإن:

$$p\gcd(24;84) = 12$$

6.4. العددين الطبيعيين الأوليان فيما بينهما:❖ قاعدة:

نقول إن العددين a و b أوليان فيما بينهما إذا كان $p\gcd(a;b) = 1$.

❖ ملاحظة:

إذا كان العددين a و b أوليان فيما بينهما، مع $b \neq 0$ فإن الكسر $\frac{a}{b}$ غير قابل للاختزال.


مثال: 

العددان 7 و 12 أوليان فيما بينهما لأن: $pgcd(7;12) = 1$ ، ومنه فإن الكسرين: $\frac{7}{12}$ و $\frac{12}{7}$ غير قابلان للاختزال.

6.5. المضاعف المشترك الأصغر (PPCM):

قاعدة: 

المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين غير معدومين (أو أكثر) وأكبر تماما من 1، هو أصغر عدد طبيعي غير معدوم يكون مضاعفا لهذين العددين في نفس الوقت. ونرمز له بـ: $ppcm(a; b)$.

طرق حساب المضاعف المشترك الأصغر لعددين طبيعيين: 

❖ طريقة المضاعفات:

هذه الطريقة سهلة جدا ولكنها تكون ملائمة خاصة في حالة الأعداد الطبيعية الصغيرة.

❖ تعيين قائمة المضاعفات الأولى لكل عدد طبيعي على حدة.

❖ تعيين المضاعفات المشتركة.

❖ تعيين المضاعف المشترك الأصغر.

مثال: 

احسب $ppcm(6;8)$.

❖ قائمة المضاعفات الأولى لكل عدد طبيعي على حدة:

$$8: \{8; 16; 24; 32; 40; \dots\} \quad 6: \{6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; \dots\}$$

❖ المضاعفات المشتركة:

$$8: \{8; 16; 24; 32; 40; \dots\} \quad 6: \{6; 12; 18; 24; 30; 36; 42; \dots\}$$

❖ $ppcm(6;8) = 24$.

❖ طريقة العوامل الأولية:

- ❖ كتابة كل عدد على شكل جداء عوامل أولية.
- ❖ تعيين العوامل المشتركة والعوامل الغير مشتركة.
- ❖ المضاعف المشترك الأصغر لهذه الأعداد هو جداء العوامل الأولية المشتركة والغير مشتركة في تحليل هذه الأعداد حيث نأخذ كل عامل مرة واحدة وبأكبر أس.

❖ مثال:

احسب $ppcm(27;63)$.

- ❖ كتابة كل عدد على شكل جداء عوامل أولية:

$$63 = 3 \times 3 \times 7 = 3^2 \times 7 \quad 27 = 3 \times 3 \times 3 = 3^3$$

- ❖ تعيين العوامل المشتركة والغير مشتركة: $27 = 3^3$ و $63 = 3^2 \times 7$.

- ❖ جداء العوامل الأولية المشتركة والغير مشتركة بأكبر أس هو: $3^3 \times 7 = 189$ ومنه فإن: $ppcm(27;63) = 189$.

Latreche MIFA