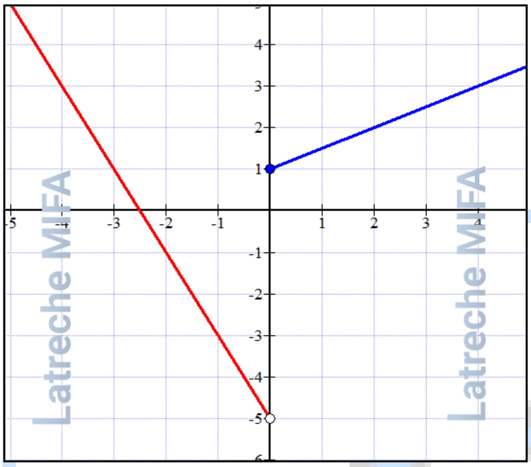
حلول تمارين درس الاستمرارية -الجزء 2-

فهرس حلول التمارين

حل التمرين 1:

1) الدالة f معرفة بـ: $f(x)=\begin{cases} -2x-5 & x<0 \\ \frac{1}{2}x+1 & x\geq 0 \end{cases}$.



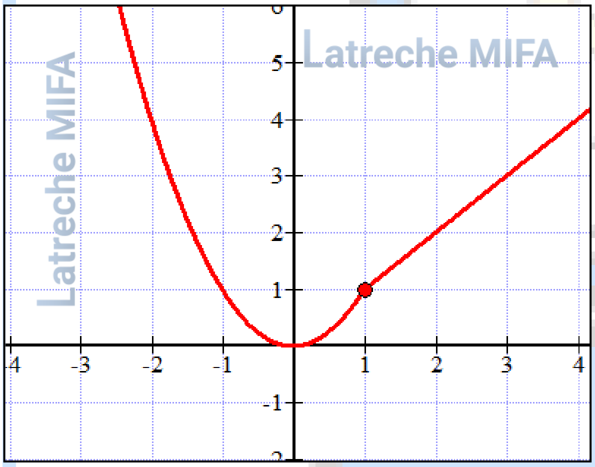
❖ التمثيل البياني للدالة f يشمل جزءا من المستقيم الذي معادلته $y=-2x-5$ عندما يكون $x<0$.

❖ التمثيل البياني للدالة f يشمل جزءا من المستقيم الذي معادلته $y=\frac{1}{2}x+1$ عندما يكون $x\geq 0$.

❖ لا يمكن رسم التمثيل البياني للدالة f دون رفع القلم من الورقة ومنه فإن: الدالة f ليست مستمرة على $\mathbb{R}$.

❖ $\boxed{\text{الدالة } f \text{ مستمرة على }]-\infty;0[\text{ ومستمرة على } [0;+\infty[\text{ ولكنها ليست مستمرة عند } 0}$.

2) الدالة g معرفة بـ: $g(x)=\begin{cases} x^2 & x\leq 1 \\ x & x>1 \end{cases}$.

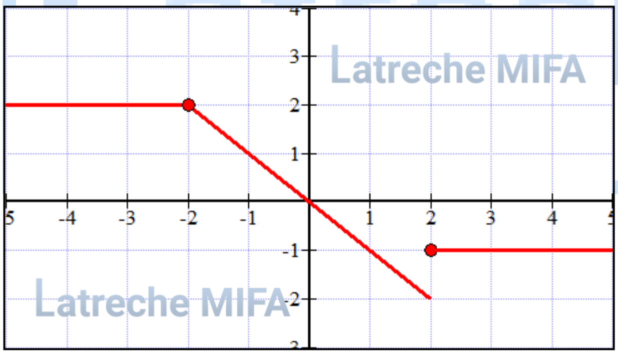


❖ التمثيل البياني للدالة g يشمل جزءا من القطع المكافئ الذي معادلته $y=x^2$ من أجل $x\leq 1$.

❖ التمثيل البياني للدالة g يشمل جزءا من المستقيم الذي معادلته $y=x$ عندما يكون $x>1$.

❖ يمكن رسم التمثيل البياني للدالة g دون رفع القلم من الورقة ومنه فإن: $\boxed{\text{الدالة } g \text{ مستمرة على } \mathbb{R}}$.

3) الدالة h معرفة بـ: $h(x)=\begin{cases} 2 & x\in]-\infty;-2] \\ -x & x\in]-2;2[\\ -1 & x\in [2;+\infty[\end{cases}$.



❖ التمثيل البياني للدالة h يشمل جزءا من المستقيم الذي معادلته $y=2$ عندما يكون $x\in]-\infty;-2]$.

❖ التمثيل البياني للدالة h يشمل جزءا من المستقيم الذي معادلته $y=-x$ عندما يكون $x\in]-2;2[$.

❖ التمثيل البياني للدالة h يشمل جزءا من المستقيم الذي معادلته $y=-1$ عندما يكون $x\in [2;+\infty[$.

❖لا يمكن رسم التمثيل البياني للدالة h دون رفع القلم من الورقة ومنه فإن: الدالة h ليست مستمرة على $\mathbb{R}$، ولكن الدالة h مستمرة على $]-\infty;-2]$ ومستمرة على $]-2;2[$ ومستمرة على $[2;+\infty[$. ولكنها ليست مستمرة عند 2.

حل التمرين 2:

الدالة f معرفة على: $\mathbb{R}^{+*}$ بـ: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x-1} & x\geq 2\\ \dfrac{4}{x^2} & 0<x<2\end{cases}$.

❖لدينا: $\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2}\dfrac{4}{x^2}=1$ و $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2}\sqrt{x-1}=1$

❖لدينا إذن: $\lim\limits_{x\xrightarrow{>}2} f(x)=\lim\limits_{x\xrightarrow{<}2} f(x)=f(2)=1$.

❖ومنه نستنتج أن الدالة f مستمرة عند 2.

حل التمرين 3:

1) $f_1: x\to 2x^3+3x^2+1$. الدالة f_1 هي دالة كثيرة حدود ومنه فهي معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}$.

2) $f_2: x\to |x|$. الدالة f_2 هي الدالة "قيمة مطلقة" ومنه فهي معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}$.

3) $f_3: x\to\sqrt{x}$. الدالة f_3 هي الدالة "جذر مربع" ومنه فهي معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}^+$.

4) $f_4: x\to\dfrac{1}{x}$. الدالة f_4 هي الدالة "مقلوب" ومنه فهي معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}^*$.

5) $f_5: x\to\cos x$. الدالة f_5 هي الدالة " cosinus" ومنه فهي معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}$.

6) $f_6: x\to\sin x$. الدالة f_6 هي الدالة "sinus" ومنه فهي معرفة ومستمرة على $\mathbb{R}$.

حل التمرين 4:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\begin{cases}|x|+x+1 & x\leq 1\\ \sqrt{x}\,(x^2+2) & x>1\end{cases}$.

1)دراسة استمرارية الدالة f على $\mathbb{R}-\{1\}$ تعني دراسة استمراريتها على $]-\infty;1[$ وعلى $]1;+\infty[$.

❖من أجل كل $x\in]-\infty;1[$، $f(x)=|x|+x+1$.

❖الدالة f هي مجموع الدالة "قيمة مطلقة" المستمرة على $\mathbb{R}$ أي على $]-\infty;1[$، والدالة التآلفية $x\to x+1$ المستمرة على $\mathbb{R}$ أي على $]-\infty;1[$. ومنه فإن: الدالة f مستمرة على $]-\infty;1[$. (1)

❖من أجل كل $x \in]1;+\infty[$ ، $f(x)=\sqrt{x}\left(x^2+2\right)$.

❖الدالة f هي جداء الدالة "جذر مربع" المستمرة على $\mathbb{R}^+$ أي على $]1;+\infty[$ ، والدالة كثيرة حدود $x \to x^2+2$ المستمرة على $\mathbb{R}^+$ أي على $]1;+\infty[$. ومنه فإن: الدالة f مستمرة على $]1;+\infty[$. (2)

❖من (1) و(2) نستنتج أن: $\boxed{\text{الدالة } f \text{ مستمرة على }]-\infty;1[\text{ وعلى }]1;+\infty[}$.

2)لندرس استمرارية الدالة f عند 1:

❖ $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} |1|+1+1=3$.

❖ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} \sqrt{1}\left(1^2+2\right)=3$.

❖ومنه فإن: $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 1} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 1} f(x)=f(1)=3$ أي أن $\boxed{\text{الدالة } f \text{ مستمرة عند } 1}$.

3)الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}-\{1\}$ و هي مستمرة عند 1 ومنه فإن: $\boxed{\text{الدالة } f \text{ مستمرة على } \mathbb{R}}$.

حل التمرين 5:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\begin{cases}\sqrt{x}-\dfrac{1}{x} & x>4\\ (x+k)^2 & x\le 4\end{cases}$.

1)دراسة استمرارية الدالة f على $]-\infty;4[$ وعلى $]4;+\infty[$.

❖من أجل كل $x \in]4;+\infty[$ ، $f(x)=\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}$.

❖الدالة f هي فرق الدالة "جذر مربع" المستمرة على $\mathbb{R}^+$ أي على $]4;+\infty[$ ، والدالة "مقلوب" المستمرة على $\mathbb{R}^*$ أي على $]4;+\infty[$. ومنه فإن: الدالة f مستمرة على $]4;+\infty[$. (1)

❖من أجل كل $x \in]-\infty;4[$ ، $f(x)=(x+k)^2$.

❖الدالة f هي دالة كثيرة حدود مستمرة على $\mathbb{R}$ أي على $]-\infty;4[$. ومنه فإن: الدالة f مستمرة على $]-\infty;4[$. (2)

❖من (1) و(2) نستنتج أن $\boxed{\text{الدالة } f \text{ مستمرة على }]-\infty;4[\text{ وعلى }]4;+\infty[}$.

2)دراسة استمرارية الدالة f عند 4:

❖ $\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 4} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{<} 4} \left(\sqrt{4}-\dfrac{1}{4}\right)=\dfrac{7}{4}$.

❖ $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 4} f(x)=\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 4} (4+k)^2=(4+k)^2$.

❖من أجل أن تكون الدالة f مستمرة عند 4 يجب أن تكون $\lim\limits_{x \xrightarrow{>} 4} f(x) = \lim\limits_{x \xrightarrow{<} 4} f(x)$ أي: $(4+k)^2 = \frac{7}{4}$.

❖ من أجل كل $k \in \mathbb{R}$، $(4+k)^2 = \frac{7}{4}$ تعني $16+8k+k^2 = \frac{7}{4}$ أي $k^2+8k+\frac{57}{4} = 0$. هذه المعادلة تقبل حلين هما: $k_1 = -4-\frac{\sqrt{7}}{2}$ و $k_2 = -4+\frac{\sqrt{7}}{2}$.

❖إذن الدالة f عند 4 أي على $\mathbb{R}$ عندما يكون $\boxed{k \in \left\{-4-\frac{\sqrt{7}}{2} ; -4+\frac{\sqrt{7}}{2}\right\}}$.

حل التمرين 6:

1)

❖الدالة: $x \to \sqrt{x^2+x+2}$ هي دالة مركبة من الدالة f المعرفة على D_f بـ: $f(x) = x^2+x+2$ متبوعة بالدالة g المعرفة على D_g بـ: $g(X) = \sqrt{X}$ ونرمز لها بـ: $g \circ f$.

❖لكي تكون الدالة $g \circ f$ معرفة يجب أن يكون: $x \in D_f$ و $f(x) \in D_g$.

❖الدالة f هي دالة كثيرة حدود إذن فهي معرفة ومستمرة على $D_f = \mathbb{R}$. (1)

❖الدالة g هي الدالة "جذر مربع" ومنه فإن الدالة g معرفة ومستمرة على $D_g = \mathbb{R}^+$.

- لنتأكد إن كان من أجل كل $x \in \mathbb{R}$، $f(x) \in \mathbb{R}^+$.
- Δ مميز كثير الحدود x^2+x+2 و $\Delta = -7$، وبما أن $\Delta < 0$، فإن: كثير الحدود x^2+x+2 ليس له حلول وإشارته تكون إشارة الحد الأكبر له (x^2).

❖ومنه فإن: $f(x) > 0$ من أجل كل $x \in \mathbb{R}$ أي $f(x) \in D_g$ مع $D_g = \mathbb{R}^+$. (2)

❖من (1) و(2) نستنتج أن $\boxed{\text{الدالة } x \to \sqrt{x^2+x+2} \text{ معرفة ومستمرة على } \mathbb{R}}$.

2)الدالة u معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $u(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1} & x \neq 1 \\ \frac{3}{4} & x = 1 \end{cases}$.

❖دراسة استمرارية الدالة u على $\mathbb{R}-\{1\}$.

- من أجل كل $x \in \mathbb{R}-\{1\}$، $u(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1}$.
- الدالة u هي حاصل قسمة دالة مستمرة على $\mathbb{R}$ (السؤال الأول) أي على $\mathbb{R}-\{1\}$، والدالة التآلفية $x \to x-1$ الغير معدومة والمستمرة على $\mathbb{R}$ أي على $\mathbb{R}-\{1\}$.

ومنه فإن: الدالة u مستمرة على $\mathbb{R}-\{1\}$. (3)

❖دراسة استمرارية الدالة u عند 1.

●من أجل كل $x \neq 1$ لدينا:

$$u(x)=\frac{\sqrt{x^2+x+2}-2}{x-1}=\frac{\left(\sqrt{x^2+x+2}-2\right)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\frac{x^2+x-2}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}$$

● Δ مميز كثير الحدود x^2+x-2 و $\Delta=9$، وبما أن $\Delta>0$، فإن: كثير الحدود x^2+x-2 له حلان هما: $x_1=-2$ و $x_2=1$.

●بعد تحليل كثير الحدود x^2+x-2 في البسط نحصل على: من أجل كل $x \neq 1$،

$$u(x)=\frac{(x+2)(x-1)}{(x-1)\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)}=\frac{x+2}{\sqrt{x^2+x+2}+2}.$$

● من جهة أخرى لدينا: الدالتان $x \to x+2$ و $x \to \sqrt{x^2+x+2}+2$ مستمرتان عند 1 ومنه فإن:

$\lim\limits_{x\to1}(x+2)=3$ و $\lim\limits_{x\to1}\left(\sqrt{x^2+x+2}+2\right)=4$ أي أن $\lim\limits_{x\to1}\left(\frac{x+2}{\sqrt{x^2+x+2}+2}\right)=\frac{3}{4}$.

وبما أن $u(1)=\frac{3}{4}$، فإن: $\lim\limits_{x\to1}u(x)=u(1)$، ومنه فإن: الدالة u مستمرة عند 1. (4)

❖من (3) و(4) نستنتج أن $\boxed{\text{الدالة } u \text{ مستمرة على } \mathbb{R}}$.

حل التمرين 7:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\begin{cases} x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ 0 & x=0 \end{cases}$.

1)دراسة استمرارية الدالة f على $\mathbb{R}^*$.

من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$، الدالة f هي جداء الدالة "مربع" ودالة مركبة من الدالة "مقلوب" متبوعة بالدالة "sinus"، وكل هذه الدوال مستمرة على $\mathbb{R}^*$. ومنه فإن: الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}^*$. (1)

2)دراسة استمرارية الدالة f عند 0.

❖من أجل كل $x\in\mathbb{R}^*$، $\left|\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right|\leq 1$ ومنه بضرب طرفي المتراجحة بـ: $x^2>0$ نتحصل على

$x^2\left|\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right|\leq x^2$،

❖وبما أن $x^2>0$ فإن: $0\le x^2\left|\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right|\le x^2$ أي $0\le\left|x^2\sin\left(\frac{1}{x}\right)\right|\le x^2$

وهذا يعني أن $0\le|f(x)|\le x^2$. وبما أن $\lim\limits_{x\to0}x^2=0$، فإنه بتطبيق الحصر على النهايات عند 0، نستنتج أن $\lim\limits_{x\to0}|f(x)|=0$ ومنه فإن: $\lim\limits_{x\to0}f(x)=0$.

وبما أن $f(0)=0$ فإن: $\lim\limits_{x\to0}f(x)=f(0)=0$. وهذا يعني أن الدالة f مستمرة عند 0. (2)

❖من (1) و(2) نستنتج أن $\boxed{\text{الدالة } f \text{ مستمرة على } \mathbb{R}}$.

حل التمرين 8:

من خلال جدول تغيرات الدالة f نستطيع القول أن:

x	-5		a		2		4
f	7	$\searrow$	1	$\searrow$	-3	$\nearrow$	0

❖الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $[-5;2]$ وتأخذ قيمها في $[-3;7]$. وبما أن $1\in[-3;7]$ فإن: المعادلة $f(x)=1$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $[-5;2]$. (1)

❖الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $[2;4]$ وتأخذ قيمها في $[-3;0]$. وبما أن $1\notin[-3;0]$ فإن: المعادلة $f(x)=1$ ليس لها حلول في المجال $[2;4]$. (2)

❖من (1) و(2) نستنتج أن $\boxed{\text{المعادلة } f(x)=1 \text{ تقبل حلا وحيدا } a \text{ في المجال } [-5;4]}$.

حل التمرين 9:

x	-5		a		-1		0		10
f	-8	$\nearrow$	-5	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	5

❖المعادلة $f(x)=-5$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $[-5;10]$.

x	-5		-1		0		10
f	-8	$\nearrow$ -1	0	$\searrow$ -1	-2	$\nearrow$ -1	5

❖المعادلة $f(x)=-1$ تقبل 3 حلول في المجال $[-5;10]$.

❖ من خلال جدول تغيرات الدالة f نلاحظ أن الدالة f لها قيمة حدية قصوى هي 5، ومنه فإن: المعادلة $f(x)=7$ لا تقبل حلول في المجال $[-5;10]$.

x	-5		-1		0		a		10
f	-8	$\nearrow$	0	$\searrow$	-2	$\nearrow$	3	$\nearrow$	5

❖المعادلة $f(x)=3$ تقبل حلا وحيدا a في المجال $[-5;10]$

حل التمرين 10:

f هي الدالة المعرفة بـ: $f(x)=x^2-3x+1$. والشكل الموالي هو جدول تغيراتها.

x	0	$\frac{3}{2}$	5
f	1 ↘	$-\frac{5}{4}$	↗ 11

1) من خلال جدول تغيرات الدالة f نستطيع القول أن:

❖ الدالة f مستمرة ومتناقصة تماما على $\left[0;\frac{3}{2}\right]$ وتأخذ قيمها من المجال $\left[-\frac{5}{4};1\right]$. ولدينا: $8\notin\left[-\frac{5}{4};1\right]$

ومنه فإن: المعادلة $f(x)=8$ ليس لها حلول في المجال $\left[0;\frac{3}{2}\right]$. (1)

❖ الدالة f مستمرة ومتزايدة تماما على $\left[\frac{3}{2};5\right]$ وتأخذ قيمها من المجال $\left[-\frac{5}{4};11\right]$. ولدينا: $8\in\left[-\frac{5}{4};11\right]$ ومنه فإن: المعادلة $f(x)=8$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $\left[\frac{3}{2};5\right]$. (2)

❖ من (1) و(2) نستنتج أن $\boxed{\text{المعادلة } f(x)=8 \text{ تقبل حلا وحيدا } \alpha \text{ في المجال } [0;5]}$.

2) يمكن ملأ جدول القيم كالتالي:

x	4,0	4,1	4,2	4,3	4,4	4,5	4,6	4,7	4,8	4,9	5,0
f(x)	5	5,51	6,04	6,59	7,16	7,75	8,36	8,99	9,64	10,31	11

❖ لدينا: $f(4,5)=7,75<8$ و $f(4,6)=8,36>8$، وبما أن الدالة f متزايدة فإن: $\boxed{\alpha\approx 4,5}$.

3) لإيجاد القيمة الحقيقية لـ α، يجب حل المعادلة $f(x)=8$ حسابيا. لدينا:

$f(x)=8 \Leftrightarrow x^2-3x+1=8 \Leftrightarrow x^2-3x-7=0$. نحسب المميز: $\Delta=(-3)^2-4\times1\times(-7)=37>0$

ومنه فإن: كثير الحدود x^2-3x-7 له جذران هما: $x_1=\frac{3-\sqrt{37}}{2}<0$ و $x_2=\frac{3+\sqrt{37}}{2}>0$.

ومنه فإن: $\boxed{\alpha=\frac{3+\sqrt{37}}{2}}$.

حل التمرين 11:

الدالة f معرفة على المجال $[0;3]$ بـ: $f(x)=x^3-5x^2+7x-2$.

(1

$$(x-1)^2(x-3)=(x^2-2x+1)(x-3)=x^3-3x^2-2x^2+6x+x-3$$

أي $\boxed{(x-1)^2(x-3)=x^3-5x^2+7x-3}$.

(2

$$f(x)=1 \Leftrightarrow x^3-5x^2+7x-2=1 \Leftrightarrow x^3-5x^2+7x-3=0 \Leftrightarrow (x-1)^2(x-3)=0$$

أي $x-1=0$ أو $x-3=0$ أي $x=1$ أو $x=3$.

وبما أن الدالة f معرفة على $[0;3]$، فإن: $\boxed{\text{المعادلة } f(x)=1 \text{ لها حلان هما 1 و 3 في المجال } [0;3]}$.

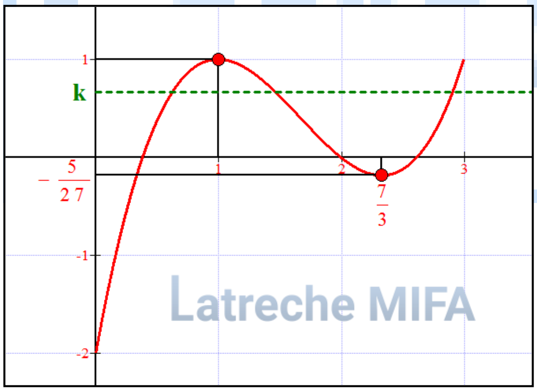
(3

x	0		1		$\frac{7}{3}$		3
f	-2	↗	1	↘	$-\frac{5}{27}$	↗	1

من خلال جدول تغيرات الدالة f نستطيع القول أن الدالة f متزايدة تماما على $[0;1]$ و $\left[\frac{7}{3};3\right]$، ومتناقصة تماما على $\left[1;\frac{7}{3}\right]$. ومنه فإنه في المجال $[0;3]$:

- ❖ عندما يكون $k>1$، المعادلة $f(x)=k$ ليس لها حلول.
- ❖ عندما يكون $k=1$، المعادلة $f(x)=k$ لها حلان هما 1 و 3. (السؤال 2).
- ❖ عندما يكون $-\frac{5}{27}<k<1$، المعادلة $f(x)=k$ لها 3 حلول.
- ❖ عندما يكون $k=-\frac{5}{27}$، المعادلة $f(x)=k$ لها حلان.
- ❖ عندما يكون $-2\le k<-\frac{5}{27}$، المعادلة $f(x)=k$ لها حل وحيد.
- ❖ عندما يكون $k<-2$، المعادلة $f(x)=k$ ليس لها حلول.

الشكل الموالي يبين صحة النتائج المتحصل عليها.



حل التمرين 12:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\begin{cases}-x^2-2x+1 & x\le 0\\ ax+b & 0<x<2\\ x^2-6x+4 & x\ge 2\end{cases}$ ،

❖ على المجال $]-\infty;0]$ الدالة f معرفة بـ: $f(x)=-x^2-2x+1$. أي أن الدالة f هي كثيرة حدود، ومنه فإن تمثيلها البياني هو جزء من قطع مكافئ ينتهي بالنقطة $A(0;f(0))$ أي $A(0;1)$.

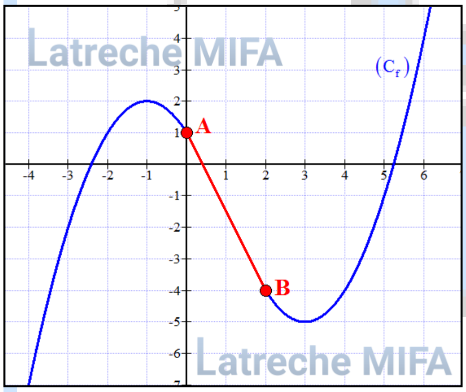
❖ على المجال $[2;+\infty[$ الدالة f معرفة بـ: $f(x)=x^2-6x+4$. أي أن الدالة f هي كثيرة حدود، ومنه فإن تمثيلها البياني هو جزء من قطع مكافئ يبدأ بالنقطة $B(2;f(2))$ أي $B(2;-4)$.

❖ على المجال $]0;2[$ الدالة f معرفة بـ: $f(x)=ax+b$. أي أن الدالة f هي دالة تآلفية ومنه فإن تمثيلها البياني هو قطعة مستقيمة.

❖ لكي تكون الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$، يجب أن تكون هذه القطعة المستقيمة هي $]AB[$، ما يسمح برسم التمثيل البياني للدالة f دون رفع القلم من الورقة.

● من أجل $x=0$، يجب أن يكون $ax+b=1$ أي $a\times 0+b=1$ وهذا يعني أن $b=1$. (1)

● من أجل $x=2$، يجب أن يكون $ax+b=-4$ أي $a\times 2+1=-4$ أي $2a=-5$ وهذا يعني أن $a=-\frac{5}{2}$. (2)



❖ من (1) و(2) نستنتج أن الدالة f مستمرة على $\mathbb{R}$ عندما يكون $a=-\frac{5}{2}$ و $b=1$.

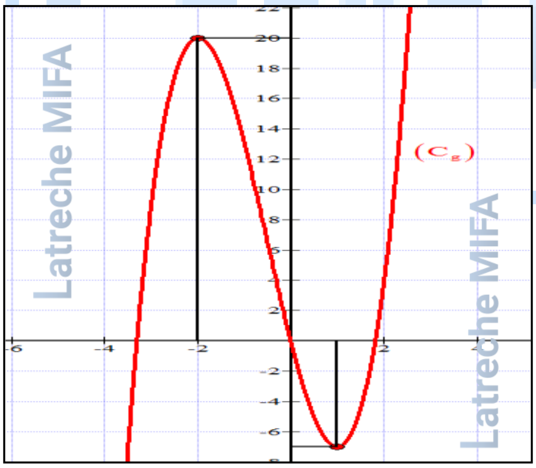
❖ يمكن التأكد من ذلك برسم التمثيل البياني للدالة f مع وضع $a=-\frac{5}{2}$ و $b=1$.

حل التمرين 13:

الدالة g معرفة على المجال $[-4;3]$ بـ: $g(x)=2x^3+3x^2-12x$، وجدول تغيراتها هو كالتالي:

x	-4	-2	1	3
g	-32 ↗	20 ↘	-7 ↗	45

1) التمثيل البياني للدالة g موضح في الشكل المقابل.



2) المعادلة $2x^3+3x^2-12x+8=0$ يمكن كتابتها كالتالي: $2x^3+3x^2-12x=-8$ أي $g(x)=-8$.

❖ من خلال جدول تغيرات الدالة g نستطيع القول أن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[-4;-2]$، وتأخذ قيمها من $[-32;20]$. وبما أن $-8\in[-32;20]$ فإن: المعادلة $g(x)=-8$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-4;-2]$. (1)

❖ من خلال جدول تغيرات الدالة g نستطيع القول أن الدالة g مستمرة ومتناقصة تماما على $]-2;1[$، وتأخذ قيمها من $]-7;20[$. وبما أن $-8\notin]-7;20[$ فإن: المعادلة $g(x)=-8$ ليس لها حلول على المجال $]-2;1[$. (2)

❖ من خلال جدول تغيرات الدالة g نستطيع القول أن الدالة g مستمرة ومتزايدة تماما على $[1;3]$، وتأخذ قيمها من $[-7;45]$. وبما أن $-8\notin[-7;45]$ فإن: المعادلة $g(x)=-8$ ليس لها حلول على المجال $[1;3]$. (3)

❖ من (1)، (2) و(3) نستنتج أن المعادلة $g(x)=-8$ تقبل حلا وحيدا α على المجال $[-4;3]$، حيث: $\alpha\in[-4;-2]$.

3) إعطاء قيمة لـ α بتقريب 10^{-2}.

❖ بأخذ قيم لـ x محصورة بين $[-3,7;-3,4]$ نتحصل على $-3,6<\alpha<-3,5$.

x	-3,7	-3,6	-3,5	-3,4
f(x)	-15,836	-11,232	-7	-3,128

❖ بأخذ قيم لـ x محصورة بين $[-3,56;-3,51]$ نتحصل على $-3,53<\alpha<-3,52$.

x	-3,56	-3,55	-3,54	-3,53	-3,52	-3,51
f(x)	-9,4952	-9,0703	-8,6489	-8,2313	-7,8172	-7,4068

❖ ومنه فإن: $\boxed{\alpha\approx-3,52}$.

حل التمرين 14:

الدالة f مستمرة على المجال $[0;1]$، ومن أجل كل x من $[0;1]$ لدينا $f(x)\in[0;1]$.

❖ لنعتبر الدالة g المعرفة على $[0;1]$ بـ: $g(x)=f(x)-x$.

❖ الدالة g هي فرق الدالة f المستمرة على $[0;1]$ والدالة التآلفية $x\to x$ المستمرة على $\mathbb{R}$ أي على $[0;1]$، ومنه فإن: الدالة g مستمرة على $[0;1]$.

❖ ولدينا: $g(0)=f(0)-0=f(0)$، وبما أنه من أجل كل x من $[0;1]$ لدينا $0\le f(x)\le 1$، فإن: $0\le f(0)\le 1$ أي $g(0)\ge 0$. (1)

❖ولدينا: $g(1)=f(1)-1$، وبما أنه من أجل كل x من $[0;1]$ لدينا $0\le f(x)\le 1$، فإن: $-1\le f(1)-1\le 0$ أي $g(1)\le 0$. (2)

❖من (1) و(2) نستنتج أن $0\in[g(1);g(0)]$، وبتطبيق قاعدة القيم المتوسطة فإن: $g(x)=0$ تقبل على الأقل حلا في المجال $[0;1]$.

❖ومنه فإن: $\boxed{\text{المعادلة } f(x)=x \text{ تقبل على الأقل حلا في المجال } [0;1]}$.

تمّ بحمد الله وتوفيقه