حلول تمارين درس الدوال الأسية -الجزء 1-

فهرس حلول التمارين

استعمال الخصائص الجبرية لتبسيط عبارة:

حل التمرين 1:

1) $\dfrac{e^3}{e^5\times 2e^2}=\dfrac{e^3}{2e^{2+5}}=\dfrac{e^3}{2e^7}=\dfrac{e^{3-7}}{2}=\dfrac{e^{-4}}{2}$.

2) $e^6\times 3e^{-4}=3e^{6-4}=3e^2$.

3) $5e^2\times 3e^{x+1}=15e^{x+1+2}=15e^{x+3}$.

4) $\dfrac{e^{2x+6}\times e^x}{3e^{2x+1}}=\dfrac{e^{3x+6}}{3e^{2x+1}}=\dfrac{e^{3x+6-(2x+1)}}{3}=\dfrac{e^{x+5}}{3}$.

5) $\dfrac{2e^5\times e^{x+4}}{e^{4-x}}=\dfrac{2e^{x+4+5}}{e^{4-x}}=\dfrac{2e^{x+9}}{e^{4-x}}=2e^{x+9-(4-x)}=2e^{2x+5}$.

6) $\dfrac{e^{4x^2}\times e^{x+4}}{e^{4+x^2}}=\dfrac{e^{4x^2+x+4}}{e^{4+x^2}}=e^{4x^2+x+4-(4+x^2)}=e^{3x^2+x}$.

7) $\dfrac{e^{x+2}}{5e^{-2+x}\times e^x}=\dfrac{e^{x+2}}{5e^{-2+2x}}=\dfrac{e^{x+2-(-2+2x)}}{5}=\dfrac{e^{4-x}}{5}$.

8) $\dfrac{e^{2x}-e^{-2x}}{e^{-x+1}+e^{x+1}}=\dfrac{(e^x)^2-(e^{-x})^2}{e(e^{-x}+e^x)}=\dfrac{(e^x-e^{-x})(e^x+e^{-x})}{e(e^{-x}+e^x)}=\dfrac{e^x-e^{-x}}{e}$

$=\dfrac{e^x}{e}-\dfrac{e^{-x}}{e}=e^{x-1}-e^{-x-1}$

حل التمرين 2:

1) $e^{2x}\times e^{1-2x}=e^{2x+1-2x}=e^1=e$.

2) $\dfrac{e^{2x+3}}{e^{x-1}}=e^{2x+3-x+1}=e^{x+4}$.

3) $(e^x+e^{-x})^2=(e^x)^2+2e^x\times e^{-x}+(e^{-x})^2=e^{2x}+2e^{x-x}+e^{-2x}$

$=e^{2x}+e^{-2x}+2e^0=e^{2x}+e^{-2x}+2$.

4) $e^{-2x}-\dfrac{e^{2x}+1}{e^{2x}}=e^{-2x}-(e^{2x}+1)\times e^{-2x}=e^{-2x}\left[1-(e^{2x}+1)\right]=e^{-2x}(1-e^{2x}-1)$

$=e^{-2x}(-e^{2x})=-e^{-2x}\times e^{2x}=-e^{-2x+2x}=-1$.

حل التمرين 3:

1) $(e^{2x+1})^{-3}\times(e^{3x-1})^2=e^{(2x+1)(-3)}\times e^{2(3x-1)}=e^{-6x-3}\times e^{6x-2}=e^{-6x-3+6x-2}=e^{-5}=\dfrac{1}{e^5}$.

2) $\dfrac{e^{5x}}{e^{2x}\times e}=\dfrac{e^{5x}}{e^{2x+1}}=e^{5x-(2x+1)}=e^{3x-1}$.

$$3)\ \left(e^{\pi x}+e^{-\pi x}\right)^2-\left(e^{\pi x}-e^{-\pi x}\right)^2=\left[e^{\pi x}+e^{-\pi x}-\left(e^{\pi x}-e^{-\pi x}\right)\right]\left[e^{\pi x}+e^{-\pi x}+e^{\pi x}-e^{-\pi x}\right]$$
$$=\left[\cancel{e^{\pi x}}+e^{-\pi x}-\cancel{e^{\pi x}}+e^{-\pi x}\right]\left[e^{\pi x}+\cancel{e^{-\pi x}}+e^{\pi x}-\cancel{e^{-\pi x}}\right]$$
$$=\left(2e^{-\pi x}\right)\left(2e^{\pi x}\right)=4e^{\pi x-\pi x}=4e^0=4$$

$$4)\ \frac{e^x+e^{-x}}{e^x}=\frac{e^x}{e^x}+\frac{e^{-x}}{e^x}=1+e^{-x-x}=e^{-2x}+1.$$

حل التمرين 4:

$$\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}\right)^2-\left(\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)^2=\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}+\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)\left(\frac{e^x+e^{-x}}{2}-\frac{e^x-e^{-x}}{2}\right)$$
$$=\left(\frac{e^x+\cancel{e^{-x}}+e^x-\cancel{e^{-x}}}{2}\right)\left(\frac{\cancel{e^x}+e^{-x}-\cancel{e^x}+e^{-x}}{2}\right)$$
$$=\left(\frac{2e^x}{2}\right)\left(\frac{2e^{-x}}{2}\right)=e^x\times e^{-x}=e^{x-x}=e^0=1$$

حل التمرين 5:

$$1)\ \frac{e^{1+x}}{e^{x+2}}=e^{1+x-(x+2)}=e^{1+\cancel{x}-\cancel{x}-2}=e^{-1}=\frac{1}{e}.$$

$$2)\ \frac{e^{3x}+e^x}{e^{2x}+e^x}=\frac{e^{2x+x}+e^x}{e^{x+x}+e^x}=\frac{e^x\left(e^{2x}+1\right)}{e^x\left(e^x+1\right)}=\frac{e^{2x}+1}{e^x+1}.$$

$$3)\ \left(\frac{e}{e^{-x}}\right)^4=\left(e\times e^x\right)^4=\left(e^{1+x}\right)^4=e^{4x+4}.$$

حل التمرين 6:

$$1)\ e^x\times e^{3x}=e^{x+3x}=e^{4x}.$$

$$2)\ \frac{e^{2x}}{e^x}=e^{2x-x}=e^x. \quad \text{أو} \quad \frac{e^{2x}}{e^x}=\frac{\left(e^x\right)^2}{e^x}=e^x.$$

$$3)\ \left(e^x+1\right)\left(e^x-1\right)=\left(e^x\right)^2-1^2=e^{2x}-1.$$

$$4)\ e^{x+1}\times e^{x-1}=e^{x+1+x-1}=e^{2x}.$$

$$5)\ \frac{e^{2x}-1}{e^x+1}=\frac{\left(e^x\right)^2-1^2}{e^x+1}=\frac{\left(e^x-1\right)\cancel{\left(e^x+1\right)}}{\cancel{e^x+1}}=e^x-1.$$

استعمال الخصائص الجبرية لتحويل عبارة:

حل التمرين 7:

لتكن الدالة f المعرفة من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، بـ: $f(x)=e^{x}-x-1$.

❖ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها مجموع دالتين قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$. ولدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$: $f'(x)=e^{x}-1$.

❖ $e^{x}-1\geq 0 \Leftrightarrow e^{x}\geq 1 \Leftrightarrow e^{x}\geq e^{0} \Leftrightarrow x\geq 0$.

❖ $e^{x}-1\leq 0 \Leftrightarrow e^{x}\leq 1 \Leftrightarrow x\leq 0$.

ومنه فإن الدالة f متناقصة على $]-\infty;0]$ ومتزايدة على $[0;+\infty[$. أي أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 هي: $f(0)=0$. ومنه فإنه $\forall x\in\mathbb{R}$ فإن $f(x)\geq 0$.

ومنه نستنتج أنه $\forall x\in\mathbb{R}$ فإن $e^{x}-x-1\geq 0$.

حل التمرين 8:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{e^{x}+1}$.

$$1)\quad f(x)=\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}=\frac{e^{-x}\left(e^{x}-1\right)}{e^{-x}\left(e^{x}+1\right)}=\frac{e^{-x}e^{x}-e^{-x}}{e^{-x}e^{x}+e^{-x}}=\frac{e^{-x+x}-e^{-x}}{e^{-x+x}+e^{-x}}=\frac{e^{0}-e^{-x}}{e^{0}+e^{-x}}=\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}.$$

$$2)\quad \frac{2f(x)}{1+\left[f(x)\right]^{2}}=\frac{2\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)}{1+\left[\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right]^{2}}=\frac{2\left(\frac{e^{x}-1}{e^{x}+1}\right)}{1+\frac{\left(e^{x}-1\right)^{2}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}}=\frac{\frac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}}{\frac{\left(e^{x}+1\right)^{2}+\left(e^{x}-1\right)^{2}}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}}$$

$$=\frac{\frac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}}{\frac{e^{2x}+\cancel{2e^{x}}+1+e^{2x}-\cancel{2e^{x}}+1}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}}=\frac{\frac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}}{\frac{2e^{2x}+2}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}}=\frac{\frac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}}{\frac{2\left(e^{2x}+1\right)}{\left(e^{x}+1\right)^{2}}}$$

$$=\frac{2\left(e^{x}-1\right)}{e^{x}+1}\times\frac{\left(e^{x}+1\right)^{2}}{2\left(e^{2x}+1\right)}=\frac{\left(e^{x}-1\right)\left(e^{x}+1\right)}{e^{2x}+1}=\frac{\left(e^{x}\right)^{2}-1}{e^{2x}+1}=\frac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=f(2x)$$

حل التمرين 9:

الدالة f معرفة بـ: $f(x)=\dfrac{2}{e^{x}+1}$.

$$1)\quad \forall x\in\mathbb{R},\ e^{x}>0 \Leftrightarrow e^{x}+1>1 \Leftrightarrow e^{x}+1\neq 0.$$

ومنه فإن الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$.

2) $f(x)+f(-x)=\frac{2}{e^x+1}+\frac{2}{e^{-x}+1}=2\left(\frac{1}{e^x+1}+\frac{1}{e^{-x}+1}\right)=2\times\frac{e^{-x}+1+e^x+1}{(e^x+1)(e^{-x}+1)}$

$=2\times\frac{e^{-x}+e^x+2}{e^xe^{-x}+e^x+e^{-x}+1}=2\times\frac{e^{-x}+e^x+2}{e^0+e^x+e^{-x}+1}=2\times\frac{e^{-x}+e^x+2}{e^x+e^{-x}+2}=2$

3) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، لدينا: $f(x)+f(-x)=2$ ، أي: $f(0+x)+f(0-x)=2\times1$. ومنه نستنتج أن (C_f) التمثيل البياني للدالة f يقبل النقطة $A(0;1)$ كمركز تناظر.

حل التمرين 10:

الدالة f معرفة على $\mathbb{R}$ بـ: $f(x)=e^x-(x+1)$.

1) $1+x\le e^x \Leftrightarrow e^x-(1+x)\ge0$.

❖ الدالة f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ لأنها فرق دالتين قابلتين للاشتقاق على $\mathbb{R}$. ولدينا من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، $f'(x)=e^x-1$.

❖ $e^x-1\ge0\Leftrightarrow e^x\ge1\Leftrightarrow e^x\ge e^0\Leftrightarrow x\ge0$.

❖ $e^x-1\le0\Leftrightarrow e^x\le1\Leftrightarrow x\le0$.

ومنه فإن الدالة f متناقصة على $]-\infty;0]$ ومتزايدة على $[0;+\infty[$. أي أن الدالة f تقبل قيمة حدية صغرى عند 0 هي: $f(0)=0$. ومنه فإنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $f(x)\ge0$.

ومنه نستنتج أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ فإن $1+x\le e^x$.

2) من أجل كل $x<1$ ، فإن: $e^x\le\frac{1}{1-x}$.

❖ من خلال السؤال السابق، لدينا: من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، $e^x\ge1+x$. بتعويض x بـ: $-x$ فإن المتراجحة تصبح: $e^{-x}\ge1-x$.

❖ من أجل كل $x<1$ لدينا: $1-x>0$ ، ومنه فإنه من أجل كل $x<1$ لدينا: $e^{-x}\ge1-x>0$ أي: $\frac{1}{e^x}\ge1-x>0$ ، ومنه فإن $e^x\le\frac{1}{1-x}$ (لأن الدالة $x\to\frac{1}{x}$ متناقصة على $[0;+\infty[$ و $1-x\ne0$).

ومنه نستنتج أنه من أجل كل $x<1$ ، فإن: $e^x\le\frac{1}{1-x}$.

حل التمرين 11:

1) $\frac{e^x}{e^x+1}=\frac{e^{-x}\times e^x}{e^{-x}(e^x+1)}=\frac{e^{-x+x}}{e^{-x+x}+e^{-x}}=\frac{e^0}{e^0+e^{-x}}=\frac{1}{1+e^{-x}}$.

2) $\frac{e^x+1}{e^x-1}=\frac{\cancel{e^x}(1+e^{-x})}{\cancel{e^x}(1-e^{-x})}=\frac{1+e^{-x}}{1-e^{-x}}$.

3) $\frac{e^{2x}}{e^{2x}+e^x}=\frac{\cancel{e^{2x}}}{\cancel{e^{2x}}(1+e^{-x})}=\frac{1}{1+e^{-x}}$.

4) $\dfrac{1+e^{x}}{1-e^{-x}}=\dfrac{e^{-x}\left(1+e^{x}\right)}{e^{-x}\left(1-e^{-x}\right)}=\dfrac{e^{-x}+e^{-x+x}}{e^{-x}-e^{-2x}}=\dfrac{e^{-x}+e^{0}}{e^{-x}-e^{-2x}}=\dfrac{1+e^{-x}}{e^{-x}-e^{-2x}}$

5) $\dfrac{e^{x}-e^{-x}}{e^{x}+e^{-x}}=\dfrac{e^{-x}\left(e^{x}-e^{-x}\right)}{e^{-x}\left(e^{x}+e^{-x}\right)}=\dfrac{e^{-x+1}-e^{-2x}}{e^{-x+x}+e^{-2x}}=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

6) $\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}=\dfrac{\cancel{e^{2x}}\left(1-e^{-2x}\right)}{\cancel{e^{2x}}\left(1+e^{-2x}\right)}=\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}$.

7) $\dfrac{e^{-x}}{e^{x}+1}=\dfrac{e^{-x}\times e^{-x}}{e^{-x}\left(e^{x}+1\right)}=\dfrac{e^{-2x}}{e^{-x+x}\times e^{-x}}=\dfrac{e^{-2x}}{e^{0}\times e^{-x}}=\dfrac{e^{-2x}}{1+e^{-x}}$.

8) $\dfrac{3e^{4x}-2}{e^{4x}+3}=\dfrac{\cancel{e^{2x}}\left(3e^{2x}-2e^{-2x}\right)}{\cancel{e^{2x}}\left(e^{2x}+3e^{-2x}\right)}=\dfrac{3e^{2x}-2e^{-2x}}{e^{2x}+3e^{-2x}}$.

حل معادلة من الشكل $e^{u(x)}=e^{v(x)}$:

حل التمرين 12:

حل المعادلة $e^{u(x)}=e^{v(x)}$ يعود لحل المعادلة $u(x)=v(x)$ لأن الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

1) $e^{3x+5}=e^{1-2x}\Leftrightarrow 3x+5=1-2x\Leftrightarrow 5x=-4\Leftrightarrow x=-\dfrac{4}{5}$ $\quad S=\left\{-\dfrac{4}{5}\right\}$.

2) $e^{-2x+7}=e^{3x-2}\Leftrightarrow -2x+7=3x-2\Leftrightarrow 5x=9\Leftrightarrow x=\dfrac{9}{5}$ $\quad S=\left\{\dfrac{9}{5}\right\}$.

3) $e^{4x-10}=e^{-2x+5}\Leftrightarrow 4x-10=-2x+5\Leftrightarrow 6x=15\Leftrightarrow x=\dfrac{15}{6}\Leftrightarrow x=\dfrac{5}{2}$ $\quad S=\left\{\dfrac{5}{2}\right\}$.

4) $e^{x^2-1}=e^{-x-3}\Leftrightarrow x^2-1=-x-3\Leftrightarrow x^2+x+2=0$

- $\Delta=-7<0$ $\quad S=\varnothing$

5) $e^{x^2+1}=e^{x+3}\Leftrightarrow x^2+1=x+3\Leftrightarrow x^2-x-2=0$.

- $\Delta=9>0\Rightarrow x_1=-1\ ;\ x_2=2$ $\quad S=\{-1;2\}$

6) $e^{x^2+1}=e^{2x}\Leftrightarrow x^2+1=2x\Leftrightarrow x^2-2x+1=0$.

- $\Delta=0\Rightarrow x_0=1$ $\quad S=\{1\}$.

7) $e^{-x^2+3}=e^{-3x+1}\Leftrightarrow -x^2+3=-3x+1\Leftrightarrow x^2-3x-2=0$.

- $\Delta=17>0\Rightarrow x_1=\dfrac{3-\sqrt{17}}{2}\ ;\ x_2=\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}$ $\quad S=\left\{\dfrac{3-\sqrt{17}}{2};\dfrac{3+\sqrt{17}}{2}\right\}$.

8) $e^{-4x}=e^{-x^2-2}\Leftrightarrow -4x=-x^2-2\Leftrightarrow x^2-4x+2=0.$

❖ $\Delta=8>0\Rightarrow x_1=2-\sqrt{2}\ ;\ x_2=2+\sqrt{2}$ $\quad S=\{2-\sqrt{2};2+\sqrt{2}\}.$

9) $e^{3x+1}=e^{2x-5}\Leftrightarrow 3x+1=2x-5\Leftrightarrow x=-6$ $\quad S=\{-6\}.$

حل التمرين 13:

1) $e^{x}-e^{-x}=0\Leftrightarrow e^{x}=e^{-x}\Leftrightarrow x=-x\Leftrightarrow 2x=0\Leftrightarrow x=0$ $\quad S=\{0\}.$

2) $e^{x^2-8}=e^{2x}\Leftrightarrow x^2-8=2x\Leftrightarrow x^2-2x-8=0.$

❖ $\Delta=36>0\Rightarrow x_1=\dfrac{2-6}{2}=-2\ ;\ x_2=\dfrac{2+6}{2}=4$ $\quad S=\{-2;4\}.$

3) $e^{x+1}-e^{2x-3}=0\Leftrightarrow e^{x+1}=e^{2x-3}\Leftrightarrow x+1=2x-3\Leftrightarrow -x=-4\Leftrightarrow x=4$ $\quad S=\{4\}.$

4) $\dfrac{2e^{x}+1}{e^{x}}=2e^{3}+e^{-x}\Leftrightarrow 2e^{x}+1=e^{x}\left(2e^{3}+e^{-x}\right)\Leftrightarrow 2e^{x}+1=2e^{x+3}+e^{x-x}$

$\Leftrightarrow 2e^{x}+1=2e^{x+3}+e^{0}\Leftrightarrow 2e^{x}+1=2e^{x+3}+1$

$\Leftrightarrow e^{x}=e^{x+3}\Leftrightarrow x=x+3$ $\quad S=\varnothing$

5) $e^{x^2}-e^{x}=0\Leftrightarrow e^{x^2}=e^{x}\Leftrightarrow x^2=x\Leftrightarrow x^2-x=0$

$\Leftrightarrow x(x-1)=0\Leftrightarrow x=0\ /\ x=1$ $\quad S=\{0;1\}.$

6) $\dfrac{-e^{2-5x}-2}{e^{4x+3}+2}=-1\Leftrightarrow -e^{2-5x}-2=-e^{4x+3}-2\Leftrightarrow e^{2-5x}=e^{4x+3}$

$\Leftrightarrow 2-5x=4x+3\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{9}$ $\quad S=\left\{-\dfrac{1}{9}\right\}.$

7) $\dfrac{-2e^{4-4x}-10}{e^{3-x}+5}=-2\Leftrightarrow -2e^{4-4x}-10=-2e^{3-x}-10\Leftrightarrow e^{4-4x}=e^{3-x}$

$\Leftrightarrow 4-4x=3-x\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$ $\quad S=\left\{\dfrac{1}{3}\right\}.$

8) $e^{-x+1}=\dfrac{1}{e}\Leftrightarrow e^{-x+1}=e^{-1}\Leftrightarrow -x+1=-1\Leftrightarrow x=2$ $\quad S=\{2\}.$

حل معادلة من الشكل $e^{u(x)}=k$:

حل التمرين 14:

1) $e^{2x+1}=1\Leftrightarrow e^{2x+1}=e^{0}\Leftrightarrow 2x+1=0\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{2}$ $\quad S=\left\{-\dfrac{1}{2}\right\}.$

2) $e^{3x}=e\Leftrightarrow e^{3x}=e^{1}\Leftrightarrow 3x=1\Leftrightarrow x=\dfrac{1}{3}$ $\quad S=\left\{\dfrac{1}{3}\right\}.$

3) بما أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$ ، لدينا: $e^{x}>0$ فإن مجموعة حلول المعادلة $e^{-5x}=-2$ هي: $S=\varnothing$.

4) $e^{x^2-x-1}=1\Leftrightarrow e^{x^2-x-1}=e^{0}\Leftrightarrow x^2-x-1=0$

❖ $\Delta=5>0\Rightarrow x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\ ;\ x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$ $\quad S=\left\{\dfrac{1-\sqrt{5}}{2};\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}\right\}$.

5) $e^{-3x^2}=e\Leftrightarrow e^{-3x^2}=e^1\Leftrightarrow -3x^2=1\Leftrightarrow x^2=-\dfrac{1}{3}$.

وبما أنه من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، لدينا: $x^2\geq 0$، فإن مجموعة حلول المعادلة $e^{-3x^2}=e$ هي: $S=\varnothing$.

6) $e^{-4x^2-4x+1}=1\Leftrightarrow e^{-4x^2-4x+1}=e^0\Leftrightarrow -4x^2-4x+1=0$

❖ $\Delta=32>0\Rightarrow x_1=\dfrac{4-\sqrt{32}}{-8}=\dfrac{\sqrt{2}-1}{2}\ ;\ x_2=\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}$ $\quad S=\left\{\dfrac{\sqrt{2}-1}{2};\dfrac{\sqrt{2}+1}{2}\right\}$.

7) $e^{x^2-2x+1}=e\Leftrightarrow e^{x^2-2x+1}=e^1\Leftrightarrow x^2-2x+1=1\Leftrightarrow x^2-2x=0$

$\Leftrightarrow x(x-2)=0\Leftrightarrow x=0\ /\ x=2$ $\quad S=\{0;2\}$

8) $e^{-7x^2-3x-4}=1\Leftrightarrow e^{-7x^2-3x-4}=e^0\Leftrightarrow -7x^2-3x-4=0$

❖ $\Delta=(-3)^2-4(-7)(-4)=-103<0$ $\quad S=\varnothing$.

حل التمرين 15:

1) $e^{4x-7}=e\Leftrightarrow 4x-7=1\Leftrightarrow 4x=8\Leftrightarrow x=2$ $\quad S=\{2\}$.

2) $e^{2x-3}=1\Leftrightarrow e^{2x-3}=e^0\Leftrightarrow 2x-3=0\Leftrightarrow x=\dfrac{3}{2}$ $\quad S=\left\{\dfrac{3}{2}\right\}$.

3) $e^{x-1}\times e^{3x+5}=1\Leftrightarrow e^{x-1+3x+5}=e^0\Leftrightarrow e^{4x+4}=e^0$

$\Leftrightarrow 4(x+1)=0\Leftrightarrow x+1=0\Leftrightarrow x=-1$ $\quad S=\{-1\}$

4) $e^{x(3x-1)}=1\Leftrightarrow e^{x(3x-1)}=e^0\Leftrightarrow x(3x-1)=0$

$\Leftrightarrow x=0\ /\ 3x-1=0\Leftrightarrow x=0\ /\ x=\dfrac{1}{3}$ $\quad S=\left\{0;\dfrac{1}{3}\right\}$.

5) $e^{3x+2}=e\Leftrightarrow e^{3x+2}=e^1\Leftrightarrow 3x+2=1\Leftrightarrow 3x=-1\Leftrightarrow x=-\dfrac{1}{3}$ $\quad S=\left\{-\dfrac{1}{3}\right\}$.

6) $e^{\frac{1}{x^2-1}-1}=1$

❖ $e^{\frac{1}{x^2-1}-1}$ معرفة من أجل $x^2-1\neq 0$ أي من أجل $x\in\mathbb{R}\setminus\{-1;1\}$.

❖ $e^{\frac{1}{x^2-1}-1}=1\Leftrightarrow e^{\frac{1}{x^2-1}-1}=e^0\Leftrightarrow \dfrac{1}{x^2-1}-1=0\Leftrightarrow \dfrac{1-\left(x^2-1\right)}{x^2-1}=0\Leftrightarrow \dfrac{2-x^2}{x^2-1}=0$

$\Leftrightarrow 2-x^2=0\Leftrightarrow x^2=2\Leftrightarrow x=-\sqrt{2}\ /\ x=\sqrt{2}$ $\quad S=\left\{-\sqrt{2};\sqrt{2}\right\}$.

7) $e^{x^2-25}=1\Leftrightarrow e^{x^2-25}=e^0\Leftrightarrow x^2-25=0\Leftrightarrow x^2=25\Leftrightarrow x=-5\ /\ x=5$ $\quad S=\{-5;5\}$.

8) من أجل كل $x\in\mathbb{R}$، لدينا $e^x>0$، ومنه فإن المعادلة $e^{5x+2}=0$ ليس لها حلول أي $S=\varnothing$.

استعمال اللوغاريتم النيبيري لحل معادلة من الشكل $e^{u(x)}=k$:

حل التمرين 16:

من أجل كل عدد حقيقي موجب تماما k، ومن أجل كل عدد حقيقي x، لدينا: $e^x=k \Leftrightarrow x=\ln k$.

1) $e^{4x-1}=3 \Leftrightarrow 4x-1=\ln 3 \Leftrightarrow x=\dfrac{1+\ln 3}{4}$ $\quad S=\left\{\dfrac{1+\ln 3}{4}\right\}$.

2) $e^{-5x+2}=4 \Leftrightarrow -5x+2=\ln 2^2 \Leftrightarrow -5x+2=2\ln 2 \Leftrightarrow x=\dfrac{2-2\ln 2}{5}$ $\quad S=\left\{\dfrac{2-\ln 4}{5}\right\}$.

3) $e^{x^2-2x}=5 \Leftrightarrow x^2-2x=\ln 5 \Leftrightarrow x^2-2x-\ln 5=0$

❖ $\Delta=4+4\ln 5>0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{2-\sqrt{4+4\ln 5}}{2}=\dfrac{2-2\sqrt{1+\ln 5}}{2}=1-\sqrt{1+\ln 5} \\ x_2=\dfrac{2+\sqrt{4+4\ln 5}}{2}=\dfrac{2+2\sqrt{1+\ln 5}}{2}=1+\sqrt{1+\ln 5} \end{cases}$

❖ $S=\left\{1-\sqrt{1+\ln 5};1+\sqrt{1+\ln 5}\right\}$.

4) $e^{1-2x^2}=6\ln(e) \Leftrightarrow e^{1-2x^2}=6 \Leftrightarrow 1-2x^2=\ln 6 \Leftrightarrow 2x^2=1-\ln 6 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{1-\ln 6}{2}$

$\dfrac{1-\ln 6}{2}<0\ ;\ \forall x\in\mathbb{R}, x^2\geq 0 \Leftrightarrow S=\varnothing$.

5) $e^{3x^2}=5e \Leftrightarrow 3x^2=\ln(5e) \Leftrightarrow 3x^2=\ln 5+\ln e \Leftrightarrow 3x^2=\ln 5+1 \Leftrightarrow x^2=\dfrac{1+\ln 5}{3}$.

$\dfrac{1+\ln 5}{3}>0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=\sqrt{\dfrac{1+\ln 5}{3}} \\ x_2=-\sqrt{\dfrac{1+\ln 5}{3}} \end{cases}$ $\quad S=\left\{-\sqrt{\dfrac{1+\ln 5}{3}};\sqrt{\dfrac{1+\ln 5}{3}}\right\}$.

حل التمرين 17:

1) $e^{3x+1}=5 \Leftrightarrow 3x+1=\ln 5 \Leftrightarrow x=\dfrac{\ln 5-1}{3}$ $\quad S=\left\{\dfrac{\ln 5-1}{3}\right\}$.

2) $e^{2x-3}=\dfrac{1}{2} \Leftrightarrow 2x-3=\ln\left(\dfrac{1}{2}\right) \Leftrightarrow 2x-3=-\ln 2 \Leftrightarrow x=\dfrac{3-\ln 2}{2}$ $\quad S=\left\{\dfrac{3-\ln 2}{2}\right\}$.

3) $e^{2x}-9=0 \Leftrightarrow e^{2x}=9 \Leftrightarrow 2x=\ln 9 \Leftrightarrow x=\dfrac{\ln 9}{2}=\dfrac{\ln 3^2}{2}=\dfrac{2\ln 3}{2}=\ln 3$ $\quad S=\{\ln 3\}$.

4) $e^x+1=0 \Leftrightarrow e^x=-1\left(\forall x\in\mathbb{R}; e^x>0\right)$ $\quad S=\varnothing$.

5) $e^x\left(e^x-4\right)=0 \Leftrightarrow e^x-4=0 \Leftrightarrow e^x=4 \Leftrightarrow x=\ln 4=\ln 2^2=2\ln 2$ $\quad S=\{2\ln 2\}$.

حل معادلة من الشكل $ae^{2u(x)}+be^{u(x)}+c=0$:

حل التمرين 18:

1) $e^{2x}+2e^{x}-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}+2X-3=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=16>0 \Rightarrow X_1=-3<0$; $X_2=1$

❖ $X_2=e^{x}=1 \Leftrightarrow e^{x}=e^{0} \Leftrightarrow x=0$ $\qquad S=\{0\}$.

2) $2e^{2x}+4e^{x}+2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ 2X^{2}+4X+2=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=0 \Rightarrow X_0=-1<0$ $\qquad S=\varnothing$.

3) $e^{2x}-2e^{x}+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}-2X+1=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=0 \Rightarrow X_0=e^{x}=1 \Leftrightarrow e^{x}=e^{0} \Leftrightarrow x=0$ $\qquad S=\{0\}$.

4) $e^{2x}-2e^{x}+4=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}-2X+4=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=-12<0$ $\qquad S=\varnothing$.

حل التمرين 19:

1) $e^{2x}+(1-e)e^{x}-e=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}+(1-e)X-e=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=(1-e)^{2}-4(1)(-e)=1+e^{2}-2e+4e=1+e^{2}+2e=(1+e)^{2}$.

❖ $\Delta>0 \Rightarrow \begin{cases} X_1=\dfrac{-(1-e)-(1+e)}{2}=\dfrac{-1+\cancel{e}-1-\cancel{e}}{2}=-1<0 \\ X_2=\dfrac{-(1-e)+1+e}{2}=\dfrac{-\cancel{1}+e+\cancel{1}+e}{2}=e \end{cases}$

❖ $X_2=e^{x}=e \Leftrightarrow e^{x}=e^{1} \Leftrightarrow x=1$ $\qquad S=\{1\}$.

2) $e^{2x}+4e^{x}-5=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}+4X-5=0 \end{cases}$.

❖ $\Delta=36>0 \Rightarrow X_1=\dfrac{-4-6}{2}=-5<0$; $X_2=\dfrac{-4+6}{2}=1$.

❖ $X_2=e^{x}=1 \Leftrightarrow e^{x}=e^{0} \Leftrightarrow x=0$ $\qquad S=\{0\}$.

3) $e^{2x}+e^x-2=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^x>0 \\ X^2+X-2=0 \end{cases}$.

❖ $\Delta=9>0 \Rightarrow X_1=\frac{-1-3}{2}=-2<0$; $X_2=\frac{-1+3}{2}=1$.

❖ $X_2=e^x=1 \Leftrightarrow e^x=e^0 \Leftrightarrow x=0$ $S=\{0\}$.

4) $e^x+2-3e^{-x}=0 \Leftrightarrow e^x+2-\frac{3}{e^x}=0 \Leftrightarrow e^x\left(e^x+2-\frac{3}{e^x}\right)=0 \Leftrightarrow e^{2x}+2e^x-3=0$.

❖ $e^{2x}+2e^x-3=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^x>0 \\ X^2+2X-3=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=16>0 \Rightarrow X_1=\frac{-2-4}{2}=-3<0$; $X_2=\frac{-2+4}{2}=1$.

❖ $X_2=e^x=1 \Leftrightarrow e^x=e^0 \Leftrightarrow x=0$ $S=\{0\}$.

5) $e^{2(x+1)}-\left(1+e^2\right)e^x+1=0 \Leftrightarrow e^2e^{2x}-\left(1+e^2\right)e^x+1=0$.

❖ $e^2e^{2x}-\left(1+e^2\right)e^x+1=0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^x>0 \\ e^2X^2-\left(1+e^2\right)X+1=0 \end{cases}$

❖ $\Delta=\left(1+e^2\right)^2-4\left(e^2\right)(1)=1+e^4+2e^2-4e^2=1+e^4-2e^2=\left(1-e^2\right)^2$.

❖ $\Delta>0 \Rightarrow \begin{cases} X_1=\frac{1+e^2-\left(1-e^2\right)}{2e^2}=\frac{\cancel{1}+e^2-\cancel{1}+e^2}{2e^2}=1 \\ X_2=\frac{1+\cancel{e^2}+1-\cancel{e^2}}{2e^2}=\frac{2}{2e^2}=e^{-2} \end{cases}$

❖ $X_1=e^x=1 \Leftrightarrow e^x=e^0 \Leftrightarrow x=0$

❖ $X_2=e^x=e^{-2} \Leftrightarrow x=-2$ $S=\{-2;0\}$.

حل متراجحة من الشكل $e^{u(x)} \le e^{v(x)}$:

حل التمرين 20:

حل المتراجحة $e^{u(x)} \le e^{v(x)}$ يعود لحل المتراجحة $u(x) \le v(x)$ لأن الدالة الأسية متزايدة تماما على $\mathbb{R}$.

1) $e^{3x+1}<e^{5x} \Leftrightarrow 3x+1<5x \Leftrightarrow 1<2x \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$ $S=\left]\frac{1}{2};+\infty\right[$.

2) $e^{1-3x}>e^{-x-3} \Leftrightarrow 1-3x>-x-3 \Leftrightarrow -2x>-4 \Leftrightarrow x<2$ $S=]-\infty;2[$.

3) $e^{4-2x}>e^6 \Leftrightarrow 4-2x>6 \Leftrightarrow -2x>2 \Leftrightarrow x<-1$ $S=]-\infty;-1[$.

4) $e^{2x^2-3}>e^{x-4} \Leftrightarrow 2x^2-3>x-4 \Leftrightarrow 2x^2-x+1>0$

❖ $\Delta=-7<0$; $a=2>0: 2x^2-x+1>0 \Leftrightarrow x\in\mathbb{R}$ $\quad S=\mathbb{R}$.

5) $e^{x^2+x-7}<e^{x+2} \Leftrightarrow x^2+x-7<x+2 \Leftrightarrow x^2-9<0$

❖ $x^2-9=0 \Leftrightarrow x_1=-3$; $x_2=3$.

❖ $a=1>0: x^2-9<0 \Rightarrow x\in\left]-3;3\right[$ $\quad S=\left]-3;3\right[$.

6) $e^{-x-3x^2}>e^{-2x+1} \Leftrightarrow -x-3x^2>-2x+1 \Leftrightarrow -3x^2+x-1>0$

❖ $\Delta=-11<0$.

❖ $a=-3<0: \forall x\in\mathbb{R}; -3x^2+x-1<0$ $\quad S=\varnothing$.

7) $e^{-x^2+2x-2}<e^{-x-2} \Leftrightarrow -x^2+2x-2<-x-2 \Leftrightarrow 3x-x^2<0 \Leftrightarrow x(3-x)<0$

❖ $x(3-x)=0 \Leftrightarrow x_1=0$; $x_2=3$

❖ $a=-1<0: 3x-x^2<0 \Rightarrow x\in\left]-\infty;0\right[\cup\left]3;+\infty\right[$ $\quad S=\left]-\infty;0\right[\cup\left]3;+\infty\right[$.

8) $e^{-x^2+4x-3}\geq e^{3x^2-7} \Leftrightarrow -x^2+4x-3\geq 3x^2-7 \Leftrightarrow 4x^2-4x-4\leq 0 \Leftrightarrow x^2-x-1\leq 0$

❖ $\Delta=5>0 \Rightarrow x_1=\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}$; $x_2=\dfrac{1+\sqrt{5}}{2}$.

❖ $a=1>0: x^2-x-1\leq 0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};+\infty\right[$.

$S=\left]-\infty;\dfrac{1-\sqrt{5}}{2}\right]\cup\left[\dfrac{1+\sqrt{5}}{2};+\infty\right[$.

حل التمرين 21:

1) $e^{x^2}>e^{3x} \Leftrightarrow x^2>3x \Leftrightarrow x^2-3x>0 \Leftrightarrow x(x-3)>0$

❖ $x^2-3x=0 \Leftrightarrow x=0$; $x=3$

❖ $a=1>0 \Rightarrow \left(x^2-3x>0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;0\right[\cup\left]3;+\infty\right[\right)$ $\quad S=\left]-\infty;0\right[\cup\left]3;+\infty\right[$

2) $e^{x(x-1)}\leq e^{3x+2} \Leftrightarrow x(x-1)\leq 3x+2 \Leftrightarrow x^2-x-3x-2\leq 0 \Leftrightarrow x^2-4x-2\leq 0$.

❖ $\Delta=24>0 \Rightarrow x_1=\dfrac{4-\sqrt{24}}{2}=2-\sqrt{6}$; $x_2=2+\sqrt{6}$.

❖ $a=1>0: x^2-4x-2\leq 0 \Leftrightarrow x\in\left[2-\sqrt{6};2+\sqrt{6}\right]$ $\quad S=\left[2-\sqrt{6};2+\sqrt{6}\right]$.

3) $e^{2x}<e^{-2x} \Leftrightarrow 2x<-2x \Leftrightarrow 4x<0 \Leftrightarrow x<0$ $\quad S=\left]-\infty;0\right[$.

4) $e^{\frac{2}{x}}\geq e^{x+1} \Leftrightarrow \dfrac{2}{x}\geq x+1 \Leftrightarrow x+1-\dfrac{2}{x}\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x(x+1)-2}{x}\leq 0 \Leftrightarrow \dfrac{x^2+x-2}{x}\leq 0$.

❖ $\dfrac{x^2+x-2}{x}$ معرفة من أجل $x \neq 0$.

❖ $x^2+x-2=0 \Rightarrow x_1=-2\ ;\ x_2=1$.

ومنه فإن جدول إشارة $\dfrac{x^2+x-2}{x}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$ -2 0 1 $+\infty$
x^2+x-2 $a>0$	$+$ 0 $-$	$-$ 0 $+$
x	$-$	$-$ 0 $+$	$+$
$\dfrac{x^2+x-2}{x}$	$-$ 0 $+$ || $-$ 0 $+$

ومجموعة حلول المتراجحة $e^{\frac{2}{x}} \geq e^{x+1}$ هي:
$S=]-\infty;-2]\cup]0;1]$.

5) $\forall x \in \mathbb{R}; e^x>0 \Leftrightarrow e^x+1>1 \Leftrightarrow e^x+1>0$

ومنه فإن $\dfrac{e^x+3}{e^x+1}>2$ معرفة من أجل كل $x\in\mathbb{R}$.

❖ $\dfrac{e^x+3}{e^x+1}>2 \Leftrightarrow e^x+3>2e^x+2 \Leftrightarrow e^x-2e^x>2-3 \Leftrightarrow -e^x>-1 \Leftrightarrow e^x<1$

$\Leftrightarrow e^x<e^0 \Leftrightarrow x<0 \qquad S=]-\infty;0[$.

6) $e^x-e^{2x}\leq 0 \Leftrightarrow e^x \leq e^{2x} \Leftrightarrow x\leq 2x \Leftrightarrow 2x-x\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 0 \qquad S=[0;+\infty[$.

7) $e^{2x+5}<e^{1-x} \Leftrightarrow 2x+5<1-x \Leftrightarrow 3x<-4 \Leftrightarrow x<-\dfrac{4}{3} \qquad S=\left]-\infty;-\dfrac{4}{3}\right[$.

8) $e^{x^2+3x-2}<e^2 \Leftrightarrow x^2+3x-2<2 \Leftrightarrow x^2+3x-4<0$

❖ $\Delta=25>0 \Rightarrow x_1=-4\ ;\ x_2=1$.

❖ $a=1>0: x^2+3x-4<0 \Rightarrow x\in]-4;1[\qquad S=]-4;1[$.

حل متراجحة من الشكل: $e^{u(x)}>k$

حل التمرين 22:

1) $e^{2x+1}>1 \Leftrightarrow e^{2x+1}>e^0 \Leftrightarrow 2x+1>0 \Leftrightarrow x>-\dfrac{1}{2} \qquad S=\left]-\dfrac{1}{2};+\infty\right[$.

2) $e^{1-x}<e \Leftrightarrow 1-x<1 \Leftrightarrow x>0 \qquad S=]0;+\infty[$.

3) $e^{4+2x}>e \Leftrightarrow 4+2x>1 \Leftrightarrow x>-\dfrac{3}{2} \qquad S=\left]-\dfrac{3}{2};+\infty\right[$.

4) $e^{2+x}\leq 1 \Leftrightarrow e^{2+x}\leq e^0 \Leftrightarrow 2+x\leq 0 \Leftrightarrow x\leq -2 \qquad S=]-\infty;-2]$.

5) $e^{x-3}\geq 1 \Leftrightarrow e^{x-3}\geq e^0 \Leftrightarrow x-3\geq 0 \Leftrightarrow x\geq 3 \qquad S=[3;+\infty[$.

6) $e^{x^2-2x+1}\geq 1 \Leftrightarrow e^{x^2-2x+1}\geq e^0 \Leftrightarrow x^2-2x+1\geq 0 \Leftrightarrow (x-1)^2\geq 0 \qquad S=\mathbb{R}$.

7) $e^{x^2-3x+4}\leq e \Leftrightarrow x^2-3x+4\leq 1 \Leftrightarrow x^2-3x+3\leq 0$

❖ $\Delta=-3<0\ ;\ a=1>0\Rightarrow\left(\forall x\in\mathbb{R};x^2-3x+3>0\right)$ $S=\varnothing$.

8) $\forall x\in\mathbb{R};e^x>0\Leftrightarrow e^{2x+1}>0$ $S=\varnothing$.

حل التمرين 23:

1) $e^{2x}-1>0\Leftrightarrow e^{2x}>1\Leftrightarrow e^{2x}>e^0\Leftrightarrow 2x>0\Leftrightarrow x>0$ $S=]0;+\infty[$.

2) $e^{3x+2}\le e\Leftrightarrow e^{3x+2}\le e^1\Leftrightarrow 3x+2\le 1\Leftrightarrow x\le -\dfrac{1}{3}$ $S=\left]-\infty;-\dfrac{1}{3}\right]$.

3) $\forall x\in\mathbb{R};e^x>0\Leftrightarrow e^x+1>1\Leftrightarrow e^x+1>0$ $S=\mathbb{R}$.

4) $\dfrac{1}{7}+e^{12x+7}>\dfrac{1}{e^2}\Leftrightarrow e^{12x+7}>\dfrac{1}{e^2}-\dfrac{1}{7}$

❖ $\dfrac{1}{e^2}-\dfrac{1}{7}<0\ ;\ \forall x\in\mathbb{R};e^{12x+7}>0\Rightarrow\forall x\in\mathbb{R};e^{12x+7}>\dfrac{1}{e^2}-\dfrac{1}{7}$ $S=\mathbb{R}$.

5) $1-e^{x-2}\ge 0\Leftrightarrow e^{x-2}\le 1\Leftrightarrow e^{x-2}\le e^0\Leftrightarrow x-2\le 0\Leftrightarrow x\le 2$ $S=]-\infty;2]$.

6) $\dfrac{1}{e^x}-e>0\Leftrightarrow e^{-x}-e>0\Leftrightarrow e^{-x}>e^1\Leftrightarrow -x>1\Leftrightarrow x<-1$ $S=]-\infty;-1[$.

7) $1-e^{x^2-1}>0\Leftrightarrow e^{x^2-1}<1\Leftrightarrow e^{x^2-1}<e^0\Leftrightarrow x^2-1<0$

❖ $x^2-1=0\Leftrightarrow x=1\ /\ x=-1$

❖ $a=1>0\Rightarrow\left(x^2-1>0\Leftrightarrow x\in]-\infty;-1[\cup]1;+\infty[\right)$ $S=]-1;1[$.

8) $e^{x^2}e^x<e^6\Leftrightarrow e^{x^2+x}<e^6\Leftrightarrow x^2+x<6\Leftrightarrow x^2+x-6<0$

❖ $\Delta=25>0\Rightarrow x_1=-3\ ;\ x_2=2$

❖ $a=1>0\Rightarrow\left(x^2+x-6>0\Leftrightarrow x\in]-\infty;-3[\cup]2;+\infty[\right)$ $S=]-3;2[$.

استعمال اللوغاريتم النيبيري لحل متراجحة من الشكل $e^{u(x)}>k$:

حل التمرين 24:

1) $e^{-2x-1}>2\Leftrightarrow -2x-1>ln2\Leftrightarrow -2x>1+ln2\Leftrightarrow x<\dfrac{-1-ln2}{2}$ $S=\left]-\infty;\dfrac{-1-ln2}{2}\right[$.

2) $e^{4+2x}<5\Leftrightarrow 4+2x<ln5\Leftrightarrow x<\dfrac{ln5-4}{2}$ $S=\left]-\infty;\dfrac{ln5-4}{2}\right[$.

3) $e^{x^2-2x+1}>2\Leftrightarrow x^2-2x+1>ln2\Leftrightarrow x^2-2x+1-ln2>0$

❖ $\Delta=(-2)^2-4(1)(1-ln2)=4-4(1-ln2)=4ln2$

❖ $\Delta>0\Rightarrow\begin{cases}x_1=\dfrac{2-2\sqrt{ln2}}{2}=1-\sqrt{ln2}\\ x_2=\dfrac{2+2\sqrt{ln2}}{2}=1+\sqrt{ln2}\end{cases}$

❖ $a=1>0 \Rightarrow \left(x^2-2x+1-\ln 2>0 \Leftrightarrow x\in \left]-\infty;1-\sqrt{\ln 2}\right[\cup\left]1+\sqrt{\ln 2};+\infty\right[\right)$

$S=\left]-\infty;1-\sqrt{\ln 2}\right[\cup\left]1+\sqrt{\ln 2};+\infty\right[$.

4) $e^{3-x}<3 \Leftrightarrow 3-x<\ln 3 \Leftrightarrow x>3-\ln 3$ $\qquad S=\left]3-\ln 3;+\infty\right[$.

5) $e^{2x}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x<\ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow 2x<-\ln 2 \Leftrightarrow x<-\frac{\ln 2}{2}$ $\qquad S=\left]-\infty;-\frac{\ln 2}{2}\right[$.

6) $e^{3x^2+2x-1}<4 \Leftrightarrow 3x^2+2x-1<\ln 4 \Leftrightarrow 3x^2+2x-1-\ln 4<0$

❖ $\Delta=(2)^2-4(3)(-1-\ln 4)=4+12(1+\ln 4)=16+12\ln 4=16+24\ln 2=4(4+6\ln 2)$

❖ $\Delta>0 \Rightarrow \begin{cases} x_1=\dfrac{-2-2\sqrt{4+6\ln 2}}{6}=\dfrac{-1-\sqrt{4+6\ln 2}}{3} \\ x_2=\dfrac{-2+2\sqrt{4+6\ln 2}}{6}=\dfrac{-1+\sqrt{4+6\ln 2}}{3} \end{cases}$

❖ $a=3>0 \Rightarrow \left(3x^2+2x-1-\ln 4<0 \Leftrightarrow x\in \left]\frac{-1-\sqrt{4+6\ln 2}}{3};\frac{-1+\sqrt{4+6\ln 2}}{3}\right[\right)$

$S=\left]\frac{-1-\sqrt{4+6\ln 2}}{3};\frac{-1+\sqrt{4+6\ln 2}}{3}\right[$.

7) $e^{x^2}<5 \Leftrightarrow x^2<\ln 5 \Leftrightarrow x^2-\ln 5<0$

❖ $x^2-\ln 5=0 \Leftrightarrow x=-\sqrt{\ln 5}\ /\ x=\sqrt{\ln 5}$.

❖ $a=1>0 \Rightarrow \left(x^2-\ln 5<0 \Leftrightarrow x\in \left]-\sqrt{\ln 5};\sqrt{\ln 5}\right[\right)$ $\qquad S=\left]-\sqrt{\ln 5};\sqrt{\ln 5}\right[$.

8) $e^{x^2+1}>8 \Leftrightarrow x^2+1>\ln 8 \Leftrightarrow x^2+1>3\ln 2 \Leftrightarrow x^2+1-3\ln 2>0$

❖ $x^2+1-3\ln 2=0 \Leftrightarrow x=-\sqrt{3\ln 2-1}\ /\ x=\sqrt{3\ln 2-1}$.

❖ $a=1>0 \Rightarrow x^2+1-3\ln 2>0 \Leftrightarrow \left(x\in \left]-\infty;-\sqrt{3\ln 2-1}\right[\cup\left]\sqrt{3\ln 2-1};+\infty\right[\right)$

$S=\left]-\infty;-\sqrt{3\ln 2-1}\right[\cup\left]\sqrt{3\ln 2-1};+\infty\right[$.

حل التمرين 25:

1) $e^{x-1}>3 \Leftrightarrow x-1>\ln 3 \Leftrightarrow x>1+\ln 3$ $\qquad S=\left]1+\ln 3;+\infty\right[$.

2) $\forall x\in\mathbb{R}; e^x>0 \Rightarrow e^{x-1}>-3$ $\qquad S=\mathbb{R}$.

3) $e^{2x+3}\times e^{5x-8}<6 \Leftrightarrow e^{2x+3+5x-8}<6 \Leftrightarrow e^{7x-5}<6 \Leftrightarrow 7x-5<\ln 6 \Leftrightarrow x<\frac{5+\ln 6}{7}$

$S=\left]-\infty;\frac{5+\ln 6}{7}\right[$.

4) $e^{3x+9}>2 \Leftrightarrow 3x+9>\ln 2 \Leftrightarrow x>\frac{\ln 2-9}{3}$ $\qquad S=\left]\frac{\ln 2-9}{3};+\infty\right[$.

5) $\forall x\in\mathbb{R};e^{x}>0\Rightarrow 4e^{3x-1}>0\Rightarrow \dfrac{3-x}{4e^{3x-1}}\geq 0\Leftrightarrow 3-x\geq 0\Leftrightarrow x\leq 3$ $\quad S=\left]-\infty;3\right]$.

6) $-5e^{-2x-2}+1>0\Leftrightarrow -5e^{-2x-2}>-1\Leftrightarrow e^{-2x-2}<\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow -2x-2<ln\dfrac{1}{5}\Leftrightarrow -2x-2<-ln5$

$\Leftrightarrow x>-\dfrac{2-ln5}{2}\Leftrightarrow x>\dfrac{ln5-2}{2}$ $\quad S=\left]\dfrac{ln5-2}{2};+\infty\right[$.

7) $-4e^{-9x-6}-6>0\Leftrightarrow -4e^{-9x-6}>6\Leftrightarrow e^{-9x-6}<-\dfrac{6}{4}\Leftrightarrow e^{-9x-6}<-\dfrac{3}{2}$

$\forall x\in\mathbb{R};e^{x}>0\Rightarrow e^{-9x-6}>0$ $\quad S=\varnothing$.

8) $-3e^{-14x+15}<-23\Leftrightarrow e^{-14x+15}>\dfrac{23}{3}\Leftrightarrow -14x+15>ln\dfrac{23}{3}\Leftrightarrow -14x>ln\dfrac{23}{3}-15$

$\Leftrightarrow x<\dfrac{ln\dfrac{23}{3}-15}{-14}\Leftrightarrow x<\dfrac{15-ln\dfrac{23}{3}}{14}\Leftrightarrow x<\dfrac{15-ln23+ln3}{14}$

$S=\left]-\infty;\dfrac{15-ln23+ln3}{14}\right[$.

حل متراجحة من الشكل $ae^{2u(x)}+be^{u(x)}+c\geq 0$:

حل التمرين 26:

1) $e^{2x}-7e^{x}+12>0\Leftrightarrow\begin{cases}X=e^{x}>0\\X^{2}-7X+12>0\end{cases}$

❖ $\Delta=1>0\Rightarrow X_1=3\ ;\ X_2=4$.

❖ $a=1>0\Rightarrow\left(X^{2}-7X+12>0\Leftrightarrow X\in\left]-\infty;3\right[\cup\left]4;+\infty\right[\right)$

❖ $\begin{cases}X_1=e^{x_1}=3>0\Leftrightarrow x_1=ln3\\X_2=e^{x_2}=4>0\Leftrightarrow x_2=ln4\end{cases}$ $\quad S=\left]-\infty;ln3\right[\cup\left]ln4;+\infty\right[$.

2) $e^{2x}-2e^{x}+4<0\Leftrightarrow\begin{cases}X=e^{x}>0\\X^{2}-2X+4<0\end{cases}$

❖ $\Delta=-12<0$ ، إذن: $X^{2}-2X+4$ ليس له جذور.

❖ $a=1>0\Rightarrow\left(\forall X\in\mathbb{R};X^{2}-2X+4>0\right)$ $\quad S=\varnothing$.

3) $e^{2x}-6e^{x}+9>0\Leftrightarrow\begin{cases}X=e^{x}>0\\X^{2}-6X+9>0\end{cases}$

❖ $\Delta=0\Rightarrow X_0=3$.

❖ $a=1>0\Rightarrow\left(X^{2}-6X+9>0\Leftrightarrow X\in\mathbb{R}\setminus\{3\}\right)$

❖ $X_0=e^{x_0}=3>0\Leftrightarrow x_0=ln3$ $\quad S=\mathbb{R}\setminus\{ln3\}$.

4) $e^{2x}-3e^{x}+2>0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}-3X+2>0 \end{cases}$

❖ $\Delta=1>0 \Rightarrow X_1=1\ ;\ X_2=2.$

❖ $a=1>0 \Rightarrow \left(X^{2}-3X+2>0 \Leftrightarrow X\in\left]-\infty;1\right[\cup\left]2;+\infty\right[\right)$

❖ $\begin{cases} X_1=e^{x_1}=1>0 \Leftrightarrow x_1=0 \\ X_2=e^{x_2}=2>0 \Leftrightarrow x_2=\ln 2 \end{cases}$ $S=\left]-\infty;0\right[\cup\left]\ln 2;+\infty\right[.$

حل التمرين 27:

1) $e^{2x}-e^{x+3}\geq e^{x}-e^{3} \Leftrightarrow e^{2x}-e^{x}\times e^{3}-e^{x}+e^{3}\geq 0 \Leftrightarrow e^{2x}-\left(e^{3}+1\right)e^{x}+e^{3}\geq 0$

❖ $e^{2x}-\left(e^{3}+1\right)e^{x}+e^{3}\geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}-\left(e^{3}+1\right)X+e^{3}\geq 0 \end{cases}$

❖ $\Delta=\left[-\left(e^{3}+1\right)\right]^{2}-4(1)\left(e^{3}\right)=\left(e^{3}\right)^{2}+1+2e^{3}-4e^{3}=\left(e^{3}\right)^{2}+1-2e^{3}=\left(e^{3}-1\right)^{2}$

❖ $\Delta>0 \Rightarrow X_1=\dfrac{\cancel{e^{3}}+1-\cancel{e^{3}}+1}{2}=1\ ;\ X_2=\dfrac{e^{3}+1+e^{3}-1}{2}=\dfrac{2e^{3}}{2}=e^{3}$

❖ $a=1>0 \Rightarrow \left(X^{2}-\left(e^{3}+1\right)X+e^{3}\geq 0 \Leftrightarrow X\in\left]-\infty;1\right]\cup\left[e^{3};+\infty\right[\right)$

❖ $\begin{cases} X_1=e^{x_1}=1>0 \Leftrightarrow x_1=0 \\ X_2=e^{x_2}=e^{3}>0 \Leftrightarrow x_2=3 \end{cases}$ $S=\left]-\infty;0\right]\cup\left[3;+\infty\right[.$

2) $e^{2x}-e^{x-6}>e^{x+7}-e \Leftrightarrow e^{2x}-e^{x-6}-e^{x+7}+e>0$

$\Leftrightarrow e^{2x}-e^{x}\times e^{-6}-e^{x}\times e^{7}+e>0$

$\Leftrightarrow e^{2x}-\left(e^{-6}+e^{7}\right)e^{x}+e>0$

❖ $e^{2x}-\left(e^{-6}+e^{7}\right)e^{x}+e>0 \Leftrightarrow \begin{cases} X=e^{x}>0 \\ X^{2}-\left(e^{-6}+e^{7}\right)X+e>0 \end{cases}$

❖ $\Delta=\left(-\left(e^{-6}+e^{7}\right)\right)^{2}-4(1)(e)=\left(e^{-6}\right)^{2}+\left(e^{7}\right)^{2}+2e^{-6}e^{7}-4e$

$=\left(e^{-6}\right)^{2}+\left(e^{7}\right)^{2}+2e^{-6}e^{7}-4e^{-6}e^{7}=\left(e^{-6}\right)^{2}+\left(e^{7}\right)^{2}-2e^{-6}e^{7}=\left(e^{-6}-e^{7}\right)^{2}$

❖ $\Delta>0 \Rightarrow X_1=\dfrac{\cancel{e^{-6}}+e^{7}-\cancel{e^{-6}}+e^{7}}{2}=e^{7}\ ;\ X_2=\dfrac{e^{-6}+\cancel{e^{7}}+e^{-6}-\cancel{e^{7}}}{2}=e^{-6}$

❖ $a=1>0 \Rightarrow \left(X^{2}-\left(e^{-6}+e^{7}\right)X+e>0 \Leftrightarrow X\in\left]-\infty;e^{-6}\right[\cup\left]e^{7};+\infty\right[\right)$

❖ $\begin{cases} X_1=e^{x_1}=e^{7}>0 \Leftrightarrow x_1=7 \\ X_2=e^{x_2}=e^{-6}>0 \Leftrightarrow x_2=-6 \end{cases}$ $S=\left]-\infty;-6\right[\cup\left]7;+\infty\right[.$

دراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية:

حل التمرين 28:

1) $\forall x \in \mathbb{R}; e^x + 1 > 0$. $\qquad e^x - 1 > 0 \Leftrightarrow e^x > 1 \Leftrightarrow x > 0$

ومنه فإن جدول إشارة $(e^x - 1)(e^x + 1)$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$e^x - 1$		$-$	0	$+$	
$e^x + 1$		$+$	$+$	$+$	
$(e^x - 1)(e^x + 1)$		$-$	0	$+$	

2) $e^{3x+2} - e^2 > 0 \Leftrightarrow e^{3x+2} > e^2 \Leftrightarrow 3x + 2 > 2 \Leftrightarrow 3x > 0 \Leftrightarrow x > 0$.

ومنه فإن جدول إشارة $e^{3x+2} - e^2$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$e^{3x+2} - e^2$		$-$	0	$+$	

3) $e^{2-x} - 1 > 0 \Leftrightarrow e^{2-x} > 1 \Leftrightarrow e^{2-x} > e^0 \Leftrightarrow 2 - x > 0 \Leftrightarrow x < 2$

$e^{4x+7} - 1 > 0 \Leftrightarrow e^{4x+7} > 1 \Leftrightarrow e^{4x+7} > e^0 \Leftrightarrow 4x + 7 > 0 \Leftrightarrow x > -\frac{7}{4}$

ومنه فإن جدول إشارة $(e^{2-x} - 1)(e^{4x+7} - 1)$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$-\frac{7}{4}$		2		$+\infty$
$e^{2-x} - 1$		$+$		$+$	0	$-$	
$e^{4x+7} - 1$		$-$	0	$+$		$+$	
$(e^{2-x} - 1)(e^{4x+7} - 1)$		$-$	0	$+$	0	$+$	

4) $e^{\frac{x}{4x-3}} - 1$ معرفة من أجل $4x - 3 \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{3}{4}$.

- ❖ $e^{\frac{x}{4x-3}} - 1 > 0 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{4x-3}} > 1 \Leftrightarrow e^{\frac{x}{4x-3}} > e^0 \Leftrightarrow \frac{x}{4x-3} > 0$
- ❖ $4x - 3 > 0 \Leftrightarrow x > \frac{3}{4}$

ومنه فإن جدول إشارة $e^{\frac{x}{4x-3}} - 1$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		0		$\frac{3}{4}$		$+\infty$
x		$-$	0	$+$		$+$	
$4x-3$		$-$		$-$	0	$+$	
$\frac{x}{4x-3}$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	
$e^{\frac{x}{4x-3}} - 1$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$+$	

5) $1-e^{x^2-2}>0 \Leftrightarrow e^{x^2-2}<1 \Leftrightarrow e^{x^2-2}<e^0 \Leftrightarrow x^2-2<0$

$a=1>0 \Rightarrow \left(x^2-2<0 \Leftrightarrow x\in\left]-\sqrt{2};\sqrt{2}\right[\right)$.

ومنه فإن جدول إشارة $1-e^{x^2-2}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$-\sqrt{2}$		$\sqrt{2}$		$+\infty$
$1-e^{x^2-2}$		$-$	0	$+$	0	$-$	

6) $e^{2x^2-2}-e>0 \Leftrightarrow e^{2x^2-2}>e \Leftrightarrow 2x^2-2>1 \Leftrightarrow 2x^2-3>0$

$a=2>0 \Rightarrow \left(2x^2-3>0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;-\sqrt{\frac{3}{2}}\right[\cup\left]\sqrt{\frac{3}{2}};+\infty\right[\right)$

ومنه فإن جدول إشارة $e^{2x^2-2}-e$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$-\sqrt{\frac{3}{2}}$		$\sqrt{\frac{3}{2}}$		$+\infty$
$e^{2x^2-2}-e$		$+$	0	$-$	0	$+$	

حل التمرين 29:

1) $13e^{7-x}-(2x+9)e^{7-x}=\left[13-(2x+9)\right]e^{7-x}=(4-2x)e^{7-x}=-2(x-2)e^{7-x}$

- $\forall x\in\mathbb{R}; e^{u(x)}>0 \Rightarrow e^{7-x}>0$.
- $x-2=0 \Leftrightarrow x=2$

ومنه فإن جدول إشارة $13e^{7-x}-(2x+9)e^{7-x}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-2(x-2)$		$+$	0	$-$	
e^{7-x}		$+$	$+$	$+$	
$13e^{7-x}-(2x+9)e^{7-x}$		$+$	0	$-$	

2) $(7-12x)e^{10-5x}-(2-8x)e^{10-5x}=(7-12x-2+8x)e^{10-5x}=(5-4x)e^{10-5x}$.

- $\forall x\in\mathbb{R}; e^{u(x)}>0 \Rightarrow e^{10-5x}>0$.
- $5-4x=0 \Leftrightarrow x=\frac{5}{4}$

ومنه فإن جدول إشارة $(7-12x)e^{10-5x}-(2-8x)e^{10-5x}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$\frac{5}{4}$		$+\infty$
$5-4x$		$+$	0	$-$	
e^{10-5x}		$+$	$+$	$+$	
$(7-12x)e^{10-5x}-(2-8x)e^{10-5x}$		$+$	0	$-$	

3) $\forall x\in\mathbb{R}; e^{u(x)}>0 \Rightarrow e^{-8x+6}>0 \Leftrightarrow 8e^{-8x+6}>0 \Leftrightarrow 8e^{-8x+6}+10>10$.

$\forall x\in\mathbb{R}; 8e^{-8x+6}+10>0$.

4) $\forall x \in \mathbb{R}; e^{u(x)} > 0 \Rightarrow e^{6x+10} > 0 \Leftrightarrow -4e^{6x+10} < 0 \Leftrightarrow -4e^{6x+10} - 2 < -2$.

$\forall x \in \mathbb{R}; -4e^{6x+10} - 2 < 0$.

حل التمرين 30:

1) $2xe^{2x} - 3e^{2x} > 0 \Leftrightarrow (2x-3)e^{2x} > 0 \Leftrightarrow 2x-3 > 0 \Leftrightarrow x > \dfrac{3}{2}$

ومنه فإن جدول إشارة $2xe^{2x} - 3e^{2x}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{3}{2}$	$+\infty$
$2xe^{2x} - 3e^{2x}$	$-$	0	$+$

2) $(13x+7)e^{-4x-10} - 10(x+1)e^{-4x-10} > 0 \Leftrightarrow (13x+7-10x-10)e^{-4x-10} > 0$

$\Leftrightarrow 3(x-1)e^{-4x-10} > 0 \Leftrightarrow x-1 > 0 \Leftrightarrow x > 1$

ومنه فإن جدول إشارة $(13x+7)e^{-4x-10} - 10(x+1)e^{-4x-10}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$(13x+7)e^{-4x-10} - 10(x+1)e^{-4x-10}$	$-$	0	$+$

3) $(1-2x)e^{3-5x} > 0 \Leftrightarrow 1-2x > 0 \Leftrightarrow x < \dfrac{1}{2}$

ومنه فإن جدول إشارة $(1-2x)e^{3-5x}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$(1-2x)e^{3-5x}$	$+$	0	$-$

4) $-2xe^{3x-5} - 4e^{3x-5} > 0 \Leftrightarrow -2(x+2)e^{3x-5} > 0 \Leftrightarrow x+2 < 0 \Leftrightarrow x < -2$

ومنه فإن جدول إشارة $-2xe^{3x-5} - 4e^{3x-5}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$-2xe^{3x-5} - 4e^{3x-5}$	$+$	0	$-$

5) $(7x-3)e^{1-4x} - (8x-9)e^{1-4x} > 0 \Leftrightarrow (7x-3-8x+9)e^{1-4x} > 0$

$\Leftrightarrow (6-x)e^{1-4x} > 0 \Leftrightarrow 6-x > 0 \Leftrightarrow x < 6$

ومنه فإن جدول إشارة $(7x-3)e^{1-4x} - (8x-9)e^{1-4x}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	6	$+\infty$
$(7x-3)e^{1-4x} - (8x-9)e^{1-4x}$	$+$	0	$-$

6) $(3-7x)e^{3x-8} + (6x+1)e^{3x-8} > 0 \Leftrightarrow (4-x)e^{3x-8} > 0 \Leftrightarrow 4-x > 0 \Leftrightarrow x < 4$

ومنه فإن جدول إشارة $(3-7x)e^{3x-8} + (6x+1)e^{3x-8}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	4	$+\infty$
$(3-7x)e^{3x-8} + (6x+1)e^{3x-8}$	$+$	0	$-$

7) $(-2x-11)e^{4x-5}-(-4x-10)e^{4x-5}>0 \Leftrightarrow (-2x-11+4x+10)e^{4x-5}>0$

$\Leftrightarrow (2x-1)e^{4x-5}>0 \Leftrightarrow 2x-1>0 \Leftrightarrow x>\frac{1}{2}$

ومنه فإن جدول إشارة $(-2x-11)e^{4x-5}-(-4x-10)e^{4x-5}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{1}{2}$	$+\infty$
$(-2x-11)e^{4x-5}-(-4x-10)e^{4x-5}$	$-$	0	$+$

8) $3xe^{3x-10}-3e^{3x-10}>0 \Leftrightarrow 3(x-1)e^{3x-10}>0 \Leftrightarrow x-1>0 \Leftrightarrow x>1$

ومنه فإن جدول إشارة $3xe^{3x-10}-3e^{3x-10}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$3xe^{3x-10}-3e^{3x-10}$	$-$	0	$+$

9) $3xe^{x-8}+4e^{x-8}>0 \Leftrightarrow (3x+4)e^{x-8}>0 \Leftrightarrow 3x+4>0 \Leftrightarrow x>-\frac{4}{3}$

ومنه فإن جدول إشارة $3xe^{x-8}+4e^{x-8}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$-\frac{4}{3}$	$+\infty$
$3xe^{x-8}+4e^{x-8}$	$-$	0	$+$

استعمال اللوغاريتم النيبيري لدراسة إشارة عبارة تتضمن الدالة الأسية:

حل التمرين 31:

1) $e^{3x}-4>0 \Leftrightarrow e^{3x}>4 \Leftrightarrow 3x>ln4 \Leftrightarrow x>\frac{2ln2}{3}$

ومنه فإن جدول إشارة $e^{3x}-4$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{2ln2}{3}$	$+\infty$
$e^{3x}-4$	$-$	0	$+$

2) $7-\frac{e^{2-x}}{2}>0 \Leftrightarrow \frac{e^{2-x}}{2}<7 \Leftrightarrow e^{2-x}<14 \Leftrightarrow 2-x<ln14 \Leftrightarrow x>2-ln14$

ومنه فإن جدول إشارة $7-\frac{e^{2-x}}{2}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$2-ln14$	$+\infty$
$7-\frac{e^{2-x}}{2}$	$-$	0	$+$

3) $3e^{-4x}-5>0 \Leftrightarrow e^{-4x}>\frac{5}{3} \Leftrightarrow -4x>ln\left(\frac{5}{3}\right) \Leftrightarrow x<\frac{ln3-ln5}{4}$

ومنه فإن جدول إشارة $3e^{-4x}-5$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$\frac{ln3-ln5}{4}$		$+\infty$
$3e^{-4x}-5$		$+$	0	$-$	

$$4)\ 2-e^{x^2}>0 \Leftrightarrow e^{x^2}<2 \Leftrightarrow x^2<ln2 \Leftrightarrow x^2-ln2<0$$

$$a=1>0 \Rightarrow \left(x^2-ln2<0 \Leftrightarrow x\in\left]-\sqrt{ln2};\sqrt{ln2}\right[\Leftrightarrow x\in\left]-\frac{ln2}{2};\frac{ln2}{2}\right[\right).$$

ومنه فإن جدول إشارة $2-e^{x^2}$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$-\frac{ln2}{2}$		$\frac{ln2}{2}$		$+\infty$
$2-e^{x^2}$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$5)\ e^{x^2-7}-3>0 \Leftrightarrow e^{x^2-7}>3 \Leftrightarrow x^2-7>ln3 \Leftrightarrow x^2-7-ln3>0$$

$$a=1>0 \Rightarrow \left(x^2-7-ln3>0 \Leftrightarrow x\in\left]-\infty;-\sqrt{7+ln3}\right[\cup\left]\sqrt{7+ln3};+\infty\right[\right).$$

ومنه فإن جدول إشارة $e^{x^2-7}-3$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$-\sqrt{7+ln3}$		$\sqrt{7+ln3}$		$+\infty$
$e^{x^2-7}-3$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$$6)\ e^{\frac{x+3}{2}}-2>0 \Leftrightarrow e^{\frac{x+3}{2}}>2 \Leftrightarrow \frac{x+3}{2}>ln2 \Leftrightarrow x>2ln2-3$$

ومنه فإن جدول إشارة $e^{\frac{x+3}{2}}-2$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$2ln2-3$		$+\infty$
$e^{\frac{x+3}{2}}-2$		$-$	0	$+$	

$$7)\ 5e^{4x-5}-8>0 \Leftrightarrow 5e^{4x-5}>8 \Leftrightarrow e^{4x-5}>\frac{8}{5}$$

$$\Leftrightarrow 4x-5>ln\left(\frac{8}{5}\right) \Leftrightarrow 4x-5>ln8-ln5 \Leftrightarrow x>\frac{3ln2-ln5+5}{4}.$$

ومنه فإن جدول إشارة $5e^{4x-5}-8$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$		$\frac{3ln2-ln5+5}{4}$		$+\infty$
$5e^{4x-5}-8$		$-$	0	$+$	

$$8)\ 5e^{-3x-5}-2>0 \Leftrightarrow 5e^{-3x-5}>2 \Leftrightarrow e^{-3x-5}>\frac{2}{5}$$

$$\Leftrightarrow -3x-5>ln\left(\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow -3x>ln2-ln5+5 \Leftrightarrow x<\frac{ln5-ln2-5}{3}$$

ومنه فإن جدول إشارة $5e^{-3x-5}-2$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{ln5-ln2-5}{3}$	$+\infty$
$5e^{-3x-5}-2$	$+$	0	$-$

حل التمرين 32:

1) $-8e^{-3x+7}+7>0 \Leftrightarrow e^{-3x+7}<\frac{7}{8} \Leftrightarrow -3x+7<ln\left(\frac{7}{8}\right) \Leftrightarrow x>\frac{7-ln7+3ln2}{3}$

ومنه فإن جدول إشارة $-8e^{-3x+7}+7$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{7-ln7+3ln2}{3}$	$+\infty$
$-8e^{-3x+7}+7$	$-$	0	$+$

2) $-8e^{-2x-7}+4>0 \Leftrightarrow e^{-2x-7}<\frac{1}{2} \Leftrightarrow -2x-7<ln\frac{1}{2} \Leftrightarrow x>\frac{ln2-7}{2}$

ومنه فإن جدول إشارة $-8e^{-2x-7}+4$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{ln2-7}{2}$	$+\infty$
$-8e^{-2x-7}+4$	$-$	0	$+$

3) $-9e^{8x-2}+7>0 \Leftrightarrow e^{8x-2}<\frac{7}{9} \Leftrightarrow 8x-2<ln\left(\frac{7}{9}\right) \Leftrightarrow x<\frac{ln7-ln9+2}{8}$

ومنه فإن جدول إشارة $-9e^{8x-2}+7$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{ln7-ln9+2}{8}$	$+\infty$
$-9e^{8x-2}+7$	$+$	0	$-$

4) $10e^{6x-8}-4>0 \Leftrightarrow e^{6x-8}>\frac{2}{5} \Leftrightarrow 6x-8>ln\left(\frac{2}{5}\right) \Leftrightarrow x>\frac{ln2-ln5+8}{6}$

ومنه فإن جدول إشارة $10e^{6x-8}-4$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{ln2-ln5+8}{6}$	$+\infty$
$10e^{6x-8}-4$	$-$	0	$+$

5) $8e^{-8x-1}-5>0 \Leftrightarrow e^{-8x-1}>\frac{5}{8} \Leftrightarrow -8x-1>ln\left(\frac{5}{8}\right) \Leftrightarrow x<\frac{ln8-ln5-1}{8}$

ومنه فإن جدول إشارة $8e^{-8x-1}-5$ يكون كالتالي:

x	$-\infty$	$\frac{ln8-ln5-1}{8}$	$+\infty$
$8e^{-8x-1}-5$	$+$	0	$-$

حل جملة معادلتين:

حل التمرين 33:

1) $\begin{cases} e^x e^y = 10 \\ e^{x-y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^{x+y} = 10 \\ e^{x-y} = \frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = ln10 \\ x-y = ln\frac{2}{5} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x+y = ln2+ln5 \\ x-y = ln2-ln5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = ln2 \\ y = ln5 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} e^x - 2e^y = -5 \\ 3e^x + e^y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = -5+2e^y \\ 3(-5+2e^y) + e^y = 13 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = -5+2e^y \\ 7e^y = 28 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} e^x = -5+2e^y \\ e^y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 3 \\ e^y = 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = ln3 \\ y = ln4 \end{cases}.$

3) $\begin{cases} 5e^x - e^y = 19 \\ e^{x+y} = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^y = 5e^x - 19 \\ e^x e^y = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^y = 5e^x - 19 \\ e^x(5e^x - 19) = 30 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^y = 5e^x - 19 \\ 5e^{2x} - 19e^x - 30 = 0 \quad (1) \end{cases}$

$(1) \Leftrightarrow \begin{cases} X = e^x > 0 \\ 5X^2 - 19X - 30 = 0 \end{cases}$

- ❖ $\Delta = 961 = 31^2 > 0 \Rightarrow \begin{cases} X_1 = -\frac{6}{5} < 0 \\ X_2 = 5 \end{cases}$
- ❖ $\begin{cases} e^x = 5 \\ e^y = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = ln5 \\ y = ln6 \end{cases}.$

حل التمرين 34:

1) $\begin{cases} e^x + e^y = 5 \\ e^x - e^y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + e^y = 5 \\ e^y = e^x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + e^x - 3 = 5 \\ e^y = e^x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2e^x = 8 \\ e^y = e^x - 3 \end{cases}$

$\Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 4 \\ e^y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = ln4 \\ y = 0 \end{cases}.$

2) $\begin{cases} e^x + 2e^y = 3 \\ e^x - e^y = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + 2e^x = 3 \\ e^y = e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 3e^x = 3 \\ e^y = e^x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 1 \\ e^y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = ln1 \\ y = ln1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}.$

3) $\begin{cases} xy = -15 \\ e^x e^y = e^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -15 \\ e^{x+y} = e^{-2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} xy = -15 \\ x+y = -2 \end{cases} \quad (1)$

الجملة (1) تؤول إلى إيجاد عددين مجموعهما (-2) وجداؤهما (-15). وهذان العددان هما حلا المعادلة $X^2 + 2X - 15 = 0$.

- ❖ $\Delta = 64 > 0 \Rightarrow X_1 = -5 \;;\; X_2 = 3.$
- ❖ $S = \{-5;3\}.$

4) $\begin{cases} e^x + 3e^y = 12 \\ 2e^x - e^y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x + 3\left(2e^x - 3\right) = 12 \\ e^y = 2e^x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 7e^x = 21 \\ e^y = 2e^x - 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 3 \\ e^y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 3 \\ y = \ln 3 \end{cases}.$

5) $\begin{cases} 3e^x - e^y = 17 \\ 2e^x + 3e^y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2e^x + 3\left(3e^x - 17\right) = 15 \\ e^y = 3e^x - 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 11e^x = 66 \\ e^y = 3e^x - 17 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} e^x = 6 \\ e^y = 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \ln 6 \\ y = 0 \end{cases}.$

6) $\begin{cases} x + y = 1 \\ 3e^x - e^{y+3} - 2e^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 3e^x - e^{1-x+3} - 2e^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 3e^x - e^{4-x} - 2e^2 = 0 \end{cases}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ e^x\left(3e^x - e^4 e^{-x} - 2e^2\right) = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 3e^{2x} - e^4 e^{-x+x} - 2e^2 e^x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} y = 1 - x \\ 3e^{2x} - 2e^2 e^x - e^4 = 0 \quad (1) \end{cases}$$

- ❖ $(1) \Leftrightarrow \begin{cases} X = e^x > 0 \\ 3X^2 - 2e^2 X - e^4 = 0 \end{cases}$
- ❖ $\Delta = 16e^4 > 0 \Rightarrow X_1 = -\frac{1}{3}e^2 < 0 \ ; \ X_2 = e^2.$
- ❖ $X_2 = e^x = e^2 \Leftrightarrow x = 2.$
- ❖ $x = 2 \Leftrightarrow y = -1.$

تمّ بحمد الله وتوفيقه