مراجعة عامــة في الهندسـة

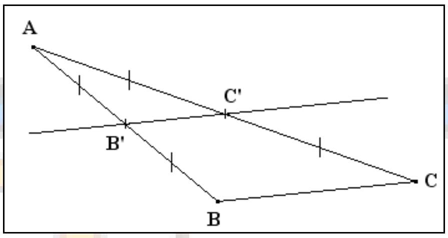
محتويات الدرس

مستقيم المنتصفين:

النظرية:

ليكن المثلث ABC حيث B' منتصف [AB] و C' منتصف [AC] (انظر الشكل الموالي):

❖ المستقيم (B'C')، الذي يسمى مستقيم المنتصفين، يوازي المستقيم (BC)، وطول القطعة الواصلة بين هذين المنتصفين يساوي نصف طول الضلع الثالث، أي: $B'C' = \frac{1}{2}BC$ و $(BC)//(B'C')$.



النظرية العكسية:

إذا كان مستقيم يشمل منتصف أحد أضلاع مثلث ويوازي ضلعاً ثانياً منه فإنه يشمل منتصف الضلع الثالث.
أي: إذا كان (d) يشمل B' منتصف [AB] ويوازي (BC) فإن (d) يشمل C' منتصف [AC].

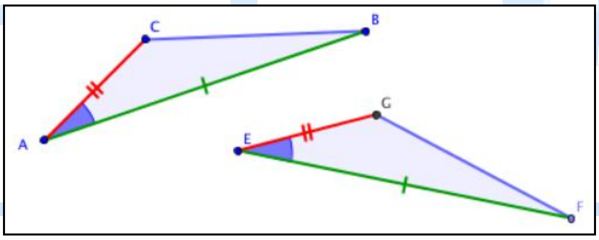
حالات تقايس مثلثين:

الحالة الأولى:

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما ضلعان و الزاوية المحصورة بينهما.

مثال:

في الشكل الموالي، بما أن: $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ \hat{A} = \hat{E} \end{cases}$، فإن ABC يقايس EFG حسب الحالة الأولى لتقايس مثلثين.

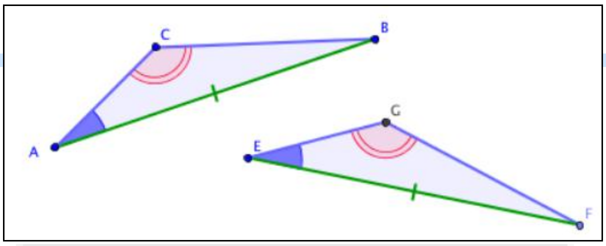


الحالة الثانية:

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما زاويتان و الضلع المحصور بينهما.

مثال:

في الشكل الموالي، بما أن: $\begin{cases} A = E \\ C = G \\ AB = EF \end{cases}$ ، فإن ABC يقايس EFG حسب الحالة الثانية لتقايس مثلثين.

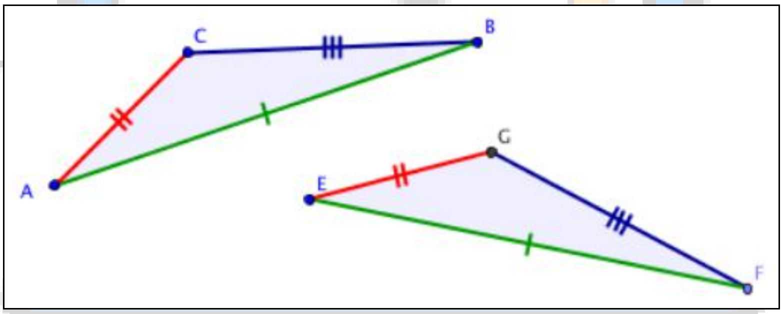


الحالة الثالثة:

يتقايس مثلثان إذا تقايس فيهما الأضلاع الثلاثة.

مثال:

في الشكل الموالي، بما أن: $\begin{cases} AB = EF \\ AC = EG \\ BC = FG \end{cases}$ فإن ABC يقايس EFG حسب الحالة الثالثة لتقايس مثلثين.



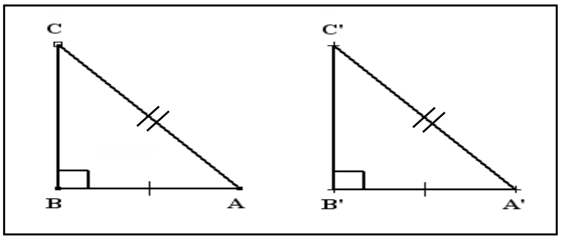
حالات خاصة لتقايس مثلثين قائمين:

الحالة الأولى:

يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما الوتر وضلع قائم.

مثال:

في الشكل الموالي، بما أن: $\begin{cases} AC = A'C' \\ AB = A'B' \end{cases}$ فإن ABC يقايس A'B'C'.

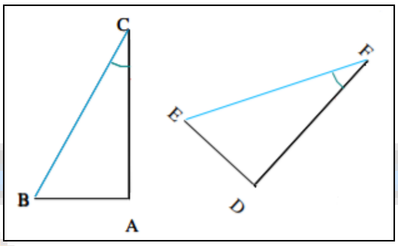


الحالة الثانية:

يتقايس مثلثان قائمان إذا تقايس فيهما الوتر وزاوية حادة.

مثال:

في الشكل الموالي، بما أن: $\begin{cases} BC = EF \\ C = F \end{cases}$ فإن ABC يقايس DEF.



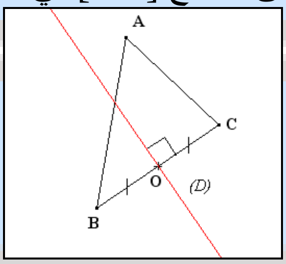
المستقيمات الخاصة في مثلث:

المحور:

نسمي محور ضلع في مثلث، المستقيم العمودي على هذا الضلع في منتصفه.

مثال:

في المثلث ABC، المستقيم (D) عمودي على الضلع [AB] في منتصفه O، فهو محور الضلع [AB] .

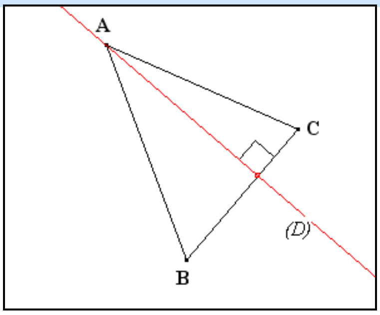


الارتفاع:

نسمي ارتفاعا متعلقا بضلع في مثلث، المستقيم العمودي على هذا الضلع والذي يشمل الرأس المقابل له.

مثال:

في المثلث ABC، المستقيم (D) عمودي على الضلع [BC] ويشمل الرأس المقابل A، إذن فهو الارتفاع المتعلق بالضلع [BC] .

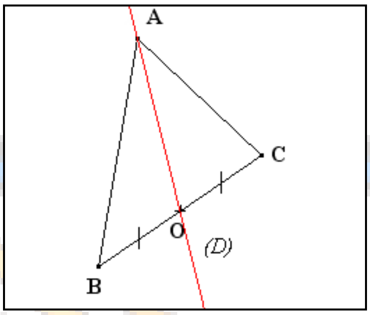


المتوسط:

نسمي متوسطاً في مثلث، المستقيم الذي يشمل رأساً ويقطع الضلع المقابل لهذا الرأس في منتصفه.

مثال:

في المثلث ABC، المستقيم (D) يشمل الرأس A ويقطع الضلع المقابل لهذا الرأس [BC] في منتصفه O، فهو المتوسط المتعلق بالضلع [BC].

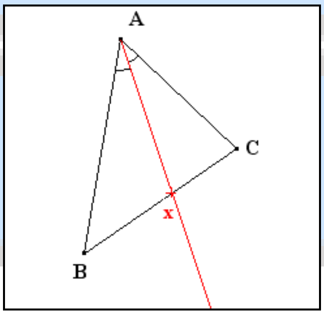


المنصف:

نسمي منصف زاوية في مثلث، نصف المستقيم الذي يشمل رأس الزاوية ويجزئها إلى زاويتين متقايستين.

مثال:

نصف المستقيم [Ax) يقسم الزاوية A إلى زاويتين لهما نفس القيس فهو منصف الزاوية A.



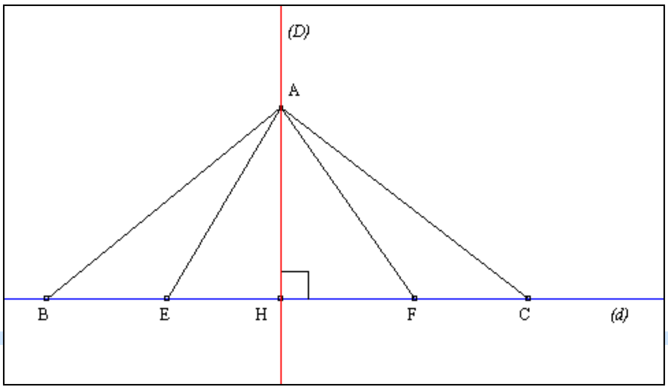
بُعد نقطة عن مستقيم:

بُعد نقطة عن مستقيم هو أصغر مسافة بين تلك النقطة والمستقيم.

مثال:

في الشكل الموالي:

- بُعد النقطة A عن المستقيم (d) هو الطول AH حيث H نقطة تقاطع المستقيم (d) والمستقيم (D) الذي يشمل A ويعامد (d).
- بُعد النقطة A عن المستقيم (D) هو صفر.
- بُعد أي نقطة تنتمي إلى المستقيم (d) عن هذا المستقيم يكون معدوم .

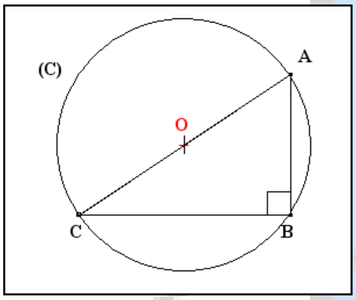


الدائرة المحيطة بمثلث قائم:

النظرية:

إذا كان المثلث ABC قائما في B، فإن وتره [AC] قطر للدائرة المحيطة بهذا المثلث.

مثال:



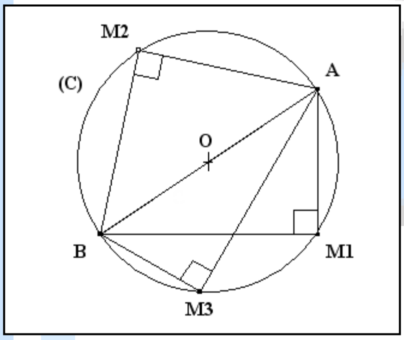
(C) دائرة مركزها O وقطرها [AC] و B نقطة كيفية من (C).

إذا كان قيس الزاوية $ABC = 90°$ فإن النقطة B تنتمي إلى الدائرة (C).

النظرية العكسية:

إذا كان قطر دائرة ضلعاً لمثلث مرسوم داخل هذه الدائرة فإن هذا المثلث قائم ووتره هو هذا القطر.

مثال:



(C) دائرة مركزها O وقطرها [AB].

بما أن: $AM_1B = 90°$ ، $AM_2B = 90°$ و $AM_3B = 90°$ ، فإن النقاط

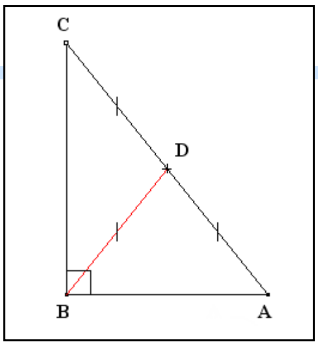
M_1, M_2, M_3 تنتمي إلى الدائرة (C).

المتوسط المتعلق بالوتر:

النظرية:

في مثلث قائم، طول المتوسط المتعلق بالوتر يساوي نصف طول الوتر.

مثال:



في المثلث ABC القائم في B، لدينا D منتصف الوتر [AC]، ومنه فإن:

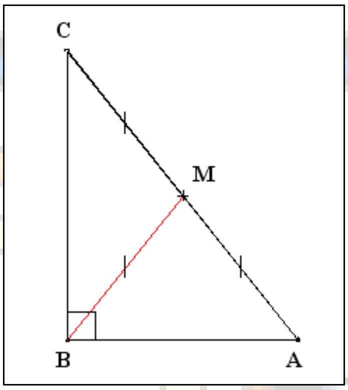
$BD = AD = CD$.

النظرية العكسية:

إذا كان في مثلث، طول المتوسط المتعلق بأحد الأضلاع يساوي نصف طول هذا الضلع، فإن هذا المثلث قائم ووتره هو هذا الضلع.

مثال:

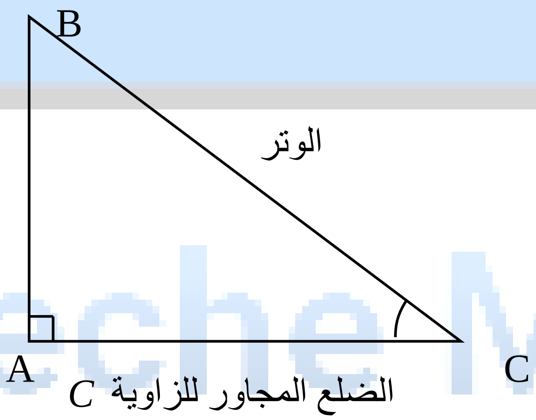
ABC مثلث، و M منتصف [AC]. إذا كان : $BM = \frac{1}{2}AC$ فإن المثلث ABC قائم في B ووتره هو [AC].



جيب تمام زاوية (cosinus):

ABC مثلث قائم في A. جيب تمام الزاوية الحادة $\hat{C}$ هو : $\frac{\text{طول الضلع المجاور للزاوية C}}{\text{طول الوتر}}$

ويرمز له بالرمز $\cos C$ حيث: $\cos C = \frac{AC}{BC}$.



ملاحظة:

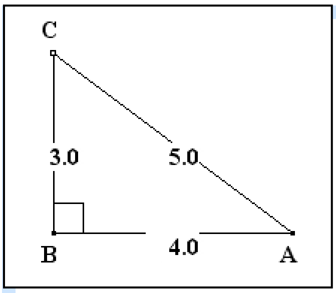
جيب تمام زاوية حادة يكون دائما محصورا بين 0 و 1، لأن الوتر أكبر من طول الضلعين القائمين.

نظرية فيثاغورس:

النظرية:

إذا كان المثلث ABC قائماً، فإن مربع طول الوتر يساوي مجموع مربعي طولي الضلعين الآخرين.

مثال:



ABC مثلث قائم في B حيث :

$AB = 4\text{ cm}$; $BC = 3\text{cm}$; $AC = 5\text{ cm}$.

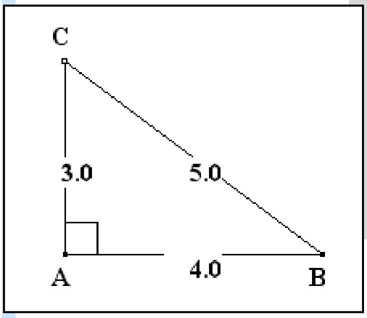
❖ لدينا: $AB^2 = 16\text{cm}^2$; $BC^2 = 9\text{cm}^2$; $AC^2 = 25\text{cm}^2$ ، ولدينا أيضا

$AB^2 + BC^2 = 16 + 9 = 25\text{cm}^2$. إذن: $AB^2 + BC^2 = AC^2$.

النظرية العكسية:

إذا كانت أطوال أضلاع المثلث ABC تحقق $BC^2 = AB^2 + AC^2$ ، فإن المثلث ABC قائم في A.

مثال:



ABC مثلث حيث : $AB = 4\text{ cm}$; $AC = 3\text{ cm}$; $BC = 5\text{ cm}$.

❖ لدينا: $AB^2 = 16\text{ cm}^2$; $AC^2 = 9\text{ cm}^2$; $BC^2 = 25\text{ cm}^2$

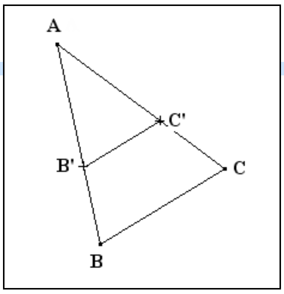
وبما أن $BC^2 = AB^2 + AC^2 = 16 + 9 = 25\text{ cm}^2$ ، فإن المثلث ABC قائم في A.

نظرية طاليس:

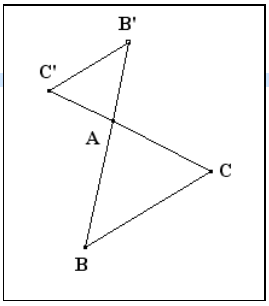
النظرية:

في مثلث ABC إذا كانت النقطة B' تنتمي إلى المستقيم(AB)، والنقطة C' تنتمي إلى المستقيم (AC)، وكان المستقيمان (BC) و(B'C') متوازيين فإن: $\frac{AB'}{AB} = \frac{AC'}{AC} = \frac{B'C'}{BC}$.

الحالة الأولى



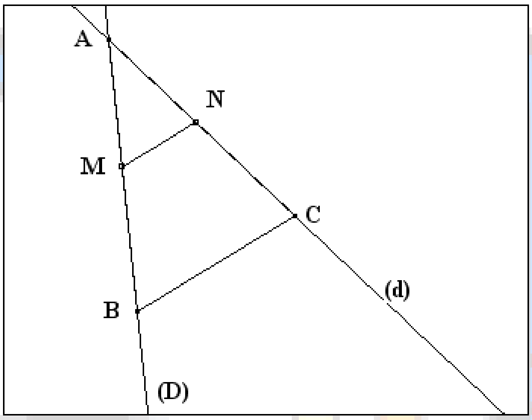
الحالة الثانية



النظرية العكسية:

ليكن $(d),(D)$ مستقيمين متقاطعين في النقطة A، ولتكن B,M نقطتان من المستقيم (D) تختلفان عن A، و C,N نقطتان من المستقيم (d) تختلفان عن A.

❖ إذا كانت النقاط B,M,A، والنقاط C,N,A في نفس الترتيب تحقق: $\frac{AN}{AC}=\frac{AM}{AB}$ فإن: $(MN)//(BC)$.



تمّ بحمد الله وتوفيقه